

# タイヤスリップ剛性と減衰の関連について

高橋 二三男 門松 晃司  
(株式会社 ブリヂストン) (三菱自動車工業(株))

Relation between Tire Slip Stiffness and Damping Characteristics of Vehicle Vibration

Fumio Takahashi Koji Kadomatsu  
(BRIDGESTONE Corp.) (MITSUBISHI MOTORS Corp.)

Key Words : Passenger Car, Drivetrain, Damping, Tire, Vibration/Slip Stiffness

## 1. まえがき

自動車の安全性向上のために、エレクトロニクスを利用した各種の新技術の開発が活発になされている。中でも、自動車が「曲がる」「止まる」ための力はすべて路面との摩擦力にたよらざるを得ないので、タイヤと路面間の接線力の性質の把握は最も重要な課題のひとつである。

ここでは、従来あまり取り上げられていない、この摩擦力と振動の減衰の関係について、過去に検討した例であるが、振動技術者にも意外と知られていない側面があると思われるので紹介する。

## 2. 現象

### 2.1. 加減速時振動とタイヤ特性

対象とする現象として、マニュアルシフトの乗用車等で急加減速時に発生する前後振動(「シャクリ」等の名で呼ばれることが多い)を取り上げる。

Fig. 1は排気量2Lクラスのマニュアル車で、30km/hから20km/hまで減速した後、アクセルONした時の車体(ばね上)前後加速度の波形の1例である。この波形より、現象は周波数3Hz近辺の、1自由度系の減衰振動に極めて近い挙動であることが分かる。また、Table.1には、タイヤを数種変えた時の上記減衰振動のP-P値、対数減衰率および周波数を示す。この結果で特徴的な点は、ラジアルタイヤがバイアスタイヤより、振動振幅と減衰の両方で劣る点である。

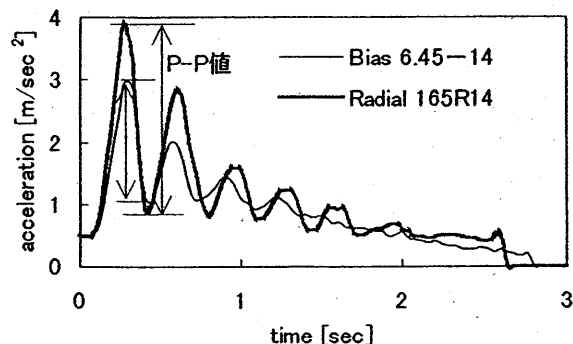


Fig. 1 急加速時の車体前後加速度

また、ラジアルタイヤのなかでも振幅と減衰に差があることも分かる。

Table.1 タイヤ種と前後振動特性値

タイヤ種	p-p値 m/sec <sup>2</sup>	対数減衰率	周波数Hz
6.45-14 Bias	2.30	0.39	2.8
165R14Radial-A	3.00	0.21	2.8
165R14 B	3.10	0.19	2.6
185/70R14 C	2.85	0.20	2.6
185/70R14 D	2.90	0.23	2.8
185/70R14 E	3.20	0.20	2.8
185/70R14 F	2.50	0.31	2.6
185/70R14 G	2.80	0.26	2.6

そこで、タイヤ特性の何がこれら挙動に関係するのかをみるため、タイヤ前後方向のいくつかの特性を測定した。Table.2に測定値を示す。なおばね定数  $k_x$  と減衰係数  $c_x$  は5Hzでの値を用いた。

Table.2 タイヤ前後方向の特性値比較

タイヤ種	前後 ばね定数 $k_x$ [N/m]	前後 減衰係数 $c_x$ [Ns/m]	スリップ 剛性 D [N]
6,45-14 Bias	550000	600	102000
165R14Radial-A	335000	300	154200
165R14 B	280000	245	139200
185/70R14 C	330000	190	144000
185/70R14 D	500000	150	139500
185/70R14 E	355000	340	151500
185/70R14 F	360000	200	96000
185/70R14 G	400000	250	132600

前後振動の良いバイアスタイヤは、ラジアルタイヤに比べて、前後ばね定数と減衰係数は大きく、スリップ剛性は小さいという位置付けにあることが分かる。

次に、これら特性値と振動の特性値との相関を見てみると、これらの中で最も相関の高かったのはタイヤのスリップ剛性であった。その結果をFig. 2に示す。すなわち、スリップ剛性が大きいほど振動の振幅が大きく、減

衰性も良くないという傾向が見られた。

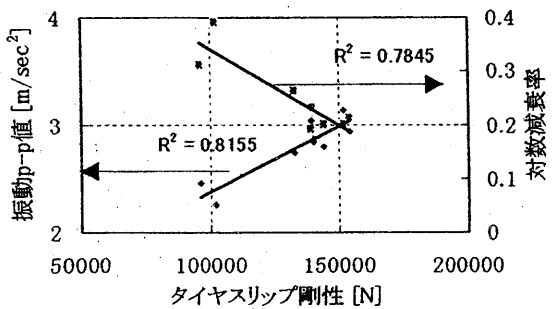
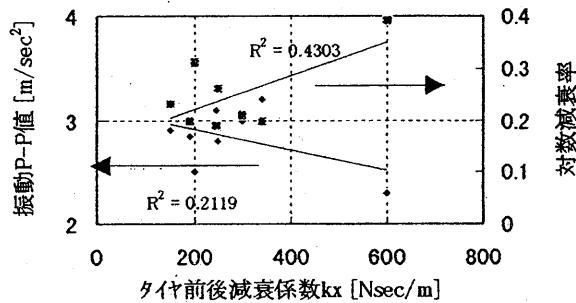
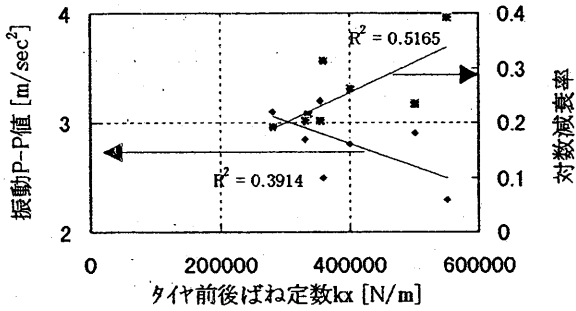


Fig. 2 タイヤ特性値と前後振動の相関

## 2.2. タイヤスリップ剛性

念の為、タイヤスリップ剛性の定義を、下図に示す。

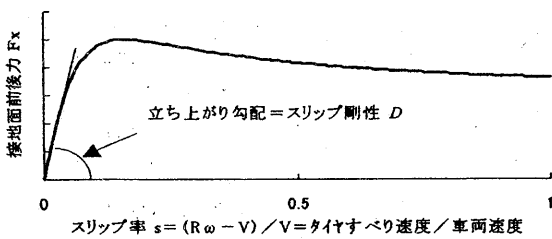


Fig. 3 タイヤスリップ剛性の定義

## 3. 振動モデルによる解析

### 3.1. 従来のモデル

シャクリに関連した駆動系の振り振動系のモデルについては、現象が駆動系1次の振動であるため、1自由度に簡略化したモデルが使われることもあるが、ここではタイヤ特性の影響を見たいので、従来からあるFig. 4のようなモデルでまず考えることにする。このモデルでは  $m_1$  のエンジンから  $m_2$  のタイヤまでは回転系であり、 $m_2$

から  $m$  までの部分はタイヤの回転が接地面を介して車体の並進自由度に結合している状況を表現しているが、これらをすべて等価並進系に置き換えている。すなわち、ここでの  $m_1, m_2, k, c$  等はエンジン・フライホイール/アクスル間の回転系の諸量を下表のような置換により等価並進系でのそれに置き換えたものである。

Table 3. 回転系と並進系の置換

FROM	TO	変位	慣性	剛性・減衰
並進系	回転系	$x \rightarrow x/R$	$m \rightarrow mR^2$	$k \rightarrow kR^2$
回転系	並進系	$\theta \rightarrow R\theta$	$I \rightarrow I/R^2$	$G \rightarrow G/R^2$

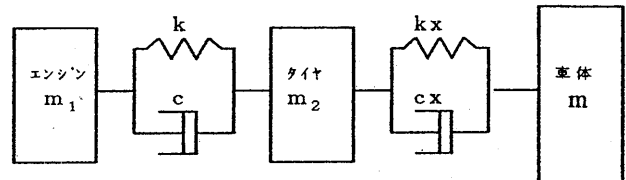


Fig. 4 従来モデル

また、Fig. 4 のモデルでタイヤ特性に相当する部分は、路面と車軸の間にあるタイヤの前後方向のばね定数  $kx$  とそれと並列な粘性減衰係数  $cx$  である。

ここで、タイヤ以外のパラメータは以下のようにおいた。ただし数値は実測ではなく、推定値であることをおことわりしておく。

Table 4. 車両系のモデルパラメータ

	表示対象	数値	単位
$m_1$	エンジン/フライホイール系等価質量	20	kg
$m_2$	アクスル/タイヤ系等価質量	30	kg
$k$	フライホイール/アクスル間等価ばね定数	6000	N/m
$c$	フライホイール/アクスル間等価減衰係数	3	Ns/m
$m$	車体質量/2	600	kg

ところで、このモデルに前記タイヤ種中の Bias と Radial-A についての  $kx$  と  $cx$  を Table.2 の値で与え、エンジンフライホイールへのトルクをタイヤ半径で割ったものを入力、車体前後加速度を出力とする伝達関数を計算した結果を Fig. 5 に示す。結果は Bias の方が Radial-A よりも1次振動レベルが高い結果となり、実測と合わない。パラメータを振ってみると、このモデルでは  $kx$  は小さく、 $cx$  は大きくした方がよいことが分かったが、 $cx$  の差の影響よりも  $kx$  の差の影響が大きいく、 $kx$  の大きい Bias の方が悪い予測となってしまった。

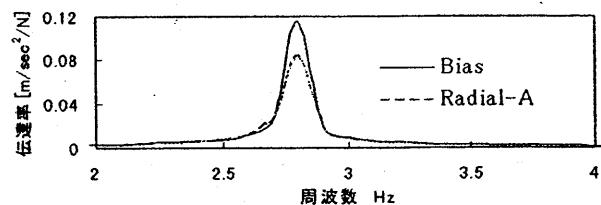


Fig. 5 従来モデルによる伝達関数

### 3. 2. 新しいモデル

上記のモデルが適当でない理由は、それがあたかも静止した車両をモデル化したものであって、実際にはタイヤが転動しており、接地面で微小なスリップが発生している状況を表現していないためであると思われる。そこで、上記のモデルを転動状態で考え直すことにする。

転動中のタイヤと路面間に作用する力はスリップが小さい線形領域ではスリップ剛性とスリップ率の積で表わされる。すなわち

$$F_x = D \frac{R\omega - V}{V}$$

ここに、 $D$ はタイヤスリップ剛性、 $R$ はタイヤ半径、 $\omega$ はタイヤ角速度、 $V$ は速度である。

この式の右辺を、速度  $V$  での定常状態からの偏差(振動成分)で表現すると、

$$F_x = D \frac{R(V/R + \dot{\theta}) - (V + \dot{x})}{V + \dot{x}} \approx \frac{D}{V} (R\dot{\theta} - \dot{x})$$

と書き直せるが、最右辺の  $R\dot{\theta}$  はタイヤ回転の等価並進速度、 $\dot{x}$  は車体並進速度なので、これらの差の相対速度に係数  $D/V$  を掛けた形をしていることから、タイヤはこの場合、粘性減衰係数  $D/V$  を持った1個のダンパーで表わせると考えられる。この場合、前後振動モデルはFig. 6 のようになる。

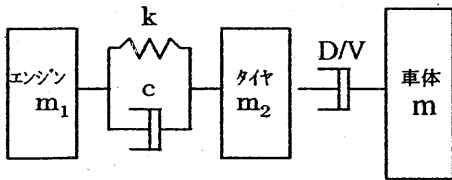


Fig. 6 新しいモデル (a)

ところが、Fig. 6 のモデルにすると、タイヤの慣性以外の特性はスリップ剛性ただ1つになってしまい、普通のばね特性等の影響をみる事ができない。また、転動/非転動でモデルががらりと変わることも好ましくない。そこで、Fig. 7 のようなモデルを考えると、うまい具合に転動/非転動を1つのモデルで兼ねることができると気付いた。すなわち  $V \rightarrow 0$  のとき、 $D/V \rightarrow \infty$  になりダンパーがロックして非転動時のモデルに移行する。

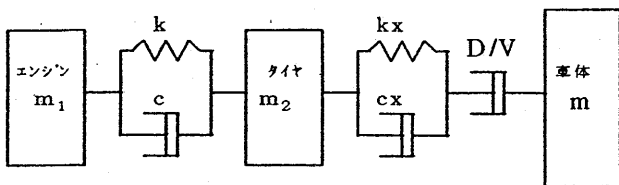


Fig. 7 新しいモデル (b)

### 3. 3. 新しいモデルによる計算結果

前記の新しいモデル(b)によって、前記タイヤ種についてエンジン側にステップ入力を与えて計算した前後振動の特性値と実測の比較をFig. 8, 9 に、パラメータスタディの結果をFig. 10, 11 に示す。結果はスリップ剛性が小さいほど振幅・減衰ともに改良し、実際の傾向を再現しているといえる。また、前後ばね定数  $k_x$  は上げた方が若干  $p-p$  値は減少する。なお、 $k_x$  と並列な減衰係数  $c_x$  はほとんど影響しないので省いた。

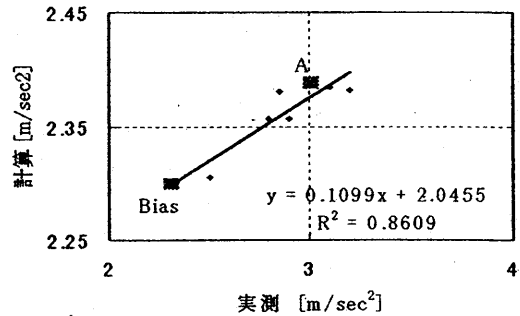


Fig. 8 振動  $p-p$  値の実測と計算比較

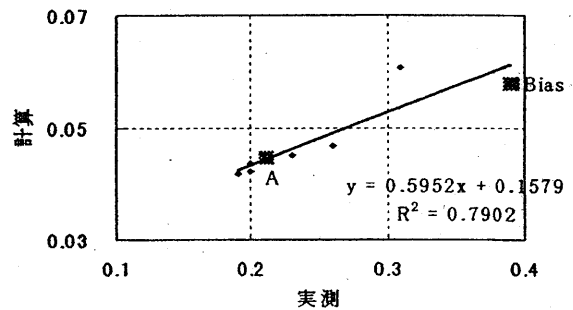


Fig. 9 対数減衰率の実測と計算比較

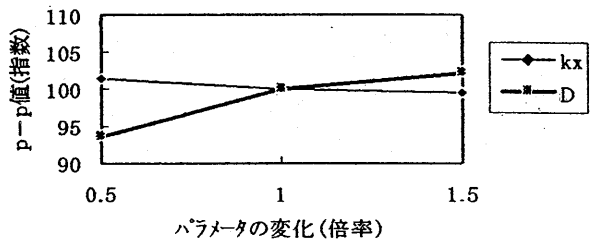


Fig. 10 振動  $p-p$  値へのタイヤパラメータの影響

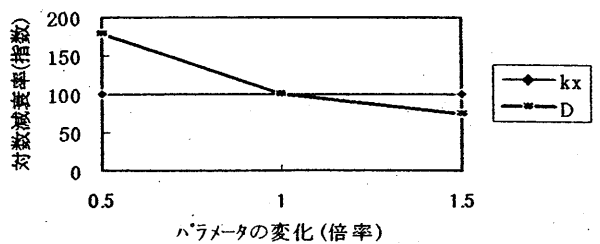


Fig. 11 対数減衰率へのタイヤパラメータの影響

#### 4. メカニズム

以上のように、計算からスリップ剛性が小さい方が振動の減衰が大きい結果が得られたが、一方で、スリップ剛性がモデル内で持つ意味は粘性減衰係数に対応するものであった。このことは、減衰係数を小さくした方が減衰が良くなるという、一見矛盾した結論になったことを意味する。何故このような挙動となるのか、次に簡単な考察を試みる。

##### 4.1. 直列減衰要素を含む系

簡単のために、Fig. 12 のような1個の質量を直列のばね/ダンパーによって支持した系を考える。

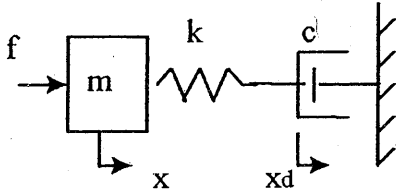


Fig. 12 直列減衰要素を含む系

この系の運動方程式は以下ようになる。

$$m\ddot{x} = -k(x - x_d) + f \quad \dots (1)$$

$$c\dot{x}_d = k(x - x_d) \quad \dots (2)$$

ここで第1式を  $x_d$  について解き、

$$x_d = x + (m\ddot{x} - f) / k$$

として第2式に代入し、 $\dot{x} = y$  を変数にして整理すると

$$m\ddot{y} + \frac{mk}{c}\dot{y} + ky = \dot{f} + \frac{k}{c}f \quad \dots (3)$$

となる。(3)式は見慣れた1自由度減衰振動の式であるが、減衰項の係数が  $mk/c$  になっており、ダンパー要素の減衰係数  $c$  に逆比例する形になっている。ただし、この系は(3)式の判別式より、 $c \gg \sqrt{mk}/2$  であるに従って、非振動的/振動的になるので、 $c$  がこの限界値より大きい場合に振動が起き、そのとき  $c$  を増加させると振動の減衰が悪化していくことが結論される。

##### 4.2. エネルギー減少速度

上記で一応、ダンパー係数を増加させると振動減衰が悪くなる場合があることが分かったが、直感的には理解しにくいので説明を補足する。

Fig. 12 のモデルで外力が無く自由減衰振動がおきている場合、エネルギー減少速度は減衰力とダンパーストローク速度の積、すなわち  $c\dot{x}_d \times \dot{x}_d = c\dot{x}_d^2$  で与えられる。

ここで、初期条件として  $x_d$  を拘束しておき、 $x$  に静的に初期変位  $x_0$  を与え、すなわちエネルギーが

$$\text{ばねの初期ひずみエネルギー: } E_0 = kx_0^2/2$$

で一定という状態から、急に拘束力を0に開放して、その後の自由減衰振動の解をもとめると

$$\dot{x}_d = \frac{kx_0 \exp(-kt/2c)}{c\sqrt{1 - (\sqrt{mk}/2c)^2}} \cos\left(\omega_d t + \tan^{-1} \frac{k}{2c\omega_d}\right)$$

$$\text{ここに } \omega_d = \sqrt{k/m - (k/2c)^2}$$

となり、 $\dot{x}_d$  も減衰振動するが、 $t=0$  のとき上式は

$$\dot{x}_d = \frac{kx_0}{c\sqrt{1 - (\sqrt{mk}/2c)^2}} \cos\left(\tan^{-1} \frac{k}{2c\omega_d}\right) = \frac{kx_0}{c}$$

となるので、

$$\text{初期振幅} = \frac{kx_0}{c}$$

と  $c$  に逆比例することから、エネルギー減少速度が

$$c\dot{x}_d^2 \propto c(1/c)^2 \propto 1/c$$

のように、 $c$  に逆比例することになったことが分かる。

ちなみに、並列ダンパーの系では、このようなことはなく、エネルギー減少速度は  $c$  に比例する点で大きく異なる。

#### 5. まとめ

- (1) 加減速時の車両前後振動へのタイヤ特性の影響として最も大きいのはタイヤスリップ剛性の大小であり、スリップ剛性が小さいほど振幅小さく、減衰もよい。
- (2) 振動モデルで上記を解析する際、タイヤのモデルを並列のばねと粘性減衰要素で表すと実際の挙動と合わない。
- (3) タイヤのモデルの扱いとして、転動中の接地面でのスリップを考慮すると、スリップ剛性を速度で除した量を減衰係数とする粘性減衰要素を直列に挿入した系となる。
- (4) 新しいモデルは実測傾向に合うが、タイヤスリップ剛性に比例する減衰係数を小さくした方が、減衰が良いという一見奇異な挙動を示す。
- (5) 一般に直列ダンパーを含む系では、上記の挙動は理論的に妥当である。奇異に感じるのは、通常の機械振動系ではこのような系がまれであるためと思われる。

#### 6. 参考文献

- (1) 自動車技術会:自動車技術ハンドブック①基礎・理論編
- (2) 酒井秀男:タイヤ工学、グランプリ出版、1987
- (3) 井上 実:FF車の加減速ショック・振動の解析、マツダ技術報 No.11(1993)