D-237 リアルタイムシステムにおけるプロセッサの故障と応答時間

Response Time Analysis for Processor Faults in a Real-Time System

今井博英, 角山正博[†], 石井郁夫, 牧野秀夫, 内藤祥雄[††]
Hiroei IMAI, Masahiro TSUNOYAMA[†], Ikuo ISHII, Hideo MAKINO, Sachio NAITO[††]
新潟大学工学部, 長岡工業高等専門学校[†], 東京都立大学工学部[††]
Niigata University, Nagaoka College of Technology[†], Tokyo Metropolitan University[††]

1 まえがき

耐故障性を有するハードリアルタイムシステムにおいては，システム中に故障が発生した場合にも定められた制限時間内にタスクの処理を終了することが必要になる．特に故障が発生した際に再構成を行うシステムでは，故障が検出されてから再構成を完了するまでの間に処理されるタスクの処理時間が大きな問題となる．本研究では，複数のプロセッサを有するシステム中に故障が発生した場合のタスクの処理時間について，待ち行列モデルを用いた理論的な解析並びにシミュレーションを行い，その過渡的な特性を検討する．

2 タスクの生起と処理時間のモデル

タスクは周期的なタスクとランダムなタスクに大別される．ここでは，まずポアソン分布に従って生起するタスクの待ち時間について検討を行う．またタスクの処理時間は指数分布に従って定められるものとする．更にシステム中のプロセッサ数を S，システムの待ち行列の長さを $N-S$とする．従って用いる待ち行列モデルは M/M/S(N) となる．次にシステム中に複数のタスクが存在する場合には，何らかの方法でそれらのタスクをプロセッサに割り当てなければならない．ここではこのためのスケジューリング方式として，比較的解析が容易で実際に広く用いられている FCFS を用いる．なお故障が検出された場合には，故障したプロセッサで処理されていたタスクは次のようにスケジュールされるものとする．

(1) 他に空いているプロセッサがある場合には，そのプロセッサで処理される，

(2) 空いているプロセッサがない場合には，待ち行列の先頭に戻される，

(3) 待ち行列に戻された結果，タスクの総数が N を越える場合には，待ち行列の最後のタスクが捨てられる．

3 タスクの待ち時間

故障が検出された後のタスクの待ち時間について検討を行う．故障はプロセッサ中に発生し，故障が生じた後のプロセッサ数を S'で表す．故障が検出されてから t 時間経過した後に生起したタスクの待ち時間 $W(t)$ はシステム内のタスク数に関する差分微分方程式より次式のように表される．但し，故障が発生した時点でのシステムは定常状態にあるものとし，N'は故障が発生した後のシステム内タスク数の最大値を表す．また故障が検出されてから t 時間後のタスク数の確率分布を $\{p_i(t) \mid 0 \le i \le N'\}$ とする．

$$W(t) = \sum_{i=S'}^{N'-1} \frac{i-S'+1}{S'\mu} \frac{p_i(t)}{1-p_{N'}(t)} \tag{1}$$

しかし待ち時間の増加は，故障が検出された後に生起したタスクについてのみ生じるわけではなく，それ以前に生起しかつまだ処理が終了していないタスクについても生じ得る．故障が検出される T時間前に生起したタスクについて次の２つの場合に分けて考える．但しタスクが生起した時のシステム内のタスク数を i とする．

(1) $i < S$

待ち時間は 0 である．

(2) $S \le i < N$

生起したタスクが処理されるまでに $j(=i-S+1)$ 個のタスクが処理されなければならない．故障が検出されるまでの間にその中の $k(<j)$ 個の処理が終る確率 $P_{k/j}(T)$ はポアソン分布で与えられる．また，これらのタスクの待ち時間は次式となる．

$$W_{k/j}(T) = T + \frac{j-k+1}{S'\mu} \tag{2}$$

次に，故障が検出される前に j個の処理が終り自分の順番がまわってくる確率 $P_{j/j}(T)$ は，ポアソン分布で $0 \le k < j$以外の場合となり，この時の平均待ち時間 $W_{j/j}(T)$ は次式で表される．

$$W_{j/j}(T) = \frac{1}{P_{j/j}(T)} \left\{ \frac{j}{S\mu} - \sum_{m=0}^{j} \frac{jT^{j-m}(S\mu)^{j-m-1}e^{-S\mu T}}{(j-m)!} \right\} \tag{3}$$

従って故障が検出される T時間前に発生したタスクの待ち時間は次式で表される．ここで $\{p_i \mid 0 \le i \le N\}$ は定常状態でのシステム内のタスク数の確率を表す．

$$W(T) = \sum_{i=S}^{N-1} \left\{ \frac{p_i}{1-p_N} \sum_{k=0}^{j} P_{k/j}(T) \cdot W_{k/j}(T) \right\} \tag{4}$$

4 シミュレーション結果とまとめ

前節で求めた理論式を確かめるために，次の条件のもとでシミュレーションを行った．(図 1)

- S=2, S'=1, N=5, N'=4, 故障発生時刻=20,000

この結果 (実線) を理論式から得られた値 (破線) と共に示す．図より明らかなように，両者は比較的よく一致しているが，故障検出以前に発生したタスクほど理論式の値のほうが小さくなっている．これは，理論式を求める際には一旦処理が始まったタスクの待ち時間は増加しないと仮定しているが，実際には実行中のプロセッサが故障したために待ち行列に戻される場合にも待ちが生じ得ることによるものと考えられる．

今後は，さらに精度の高い理論式を導くこと及び，処理時間に対する制限時間を考慮した検討を進めていく予定である．

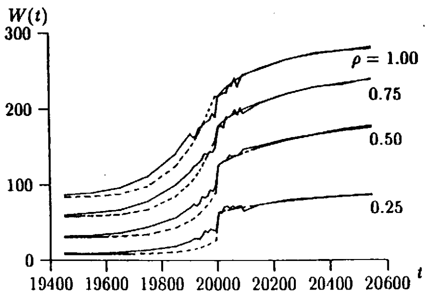

図.1 タスクの発生時刻による待ち時間の変化.