G10　辺要素を用いた共振器の３次元電磁界解析

塚本 敏男[1)*]　　金井 靖[2)]
1) 新潟大学　　2) 新潟工科大学

1　はじめに

これまでは差分時間領域法を用いてリエントラント型空洞共振器アプリケータに対する数値解析が行なわれてきた [1]。この方法では解析精度を良くするために格子寸法を小さくしなければならず、多くの計算時間が必要であった。

本報告では、有限要素法を用いてアプリケータの共振周波数を求めた。また、解析結果と実測値を比較し、両者は良く一致したので報告する。

2　電磁界固有値問題の定式化

解析領域中の空間電荷および強制電流が存在しないと仮定した場合のマクスウェルの電磁界方程式は、次式のようになる。

$$\nabla \times \boldsymbol{E} = -\mu \frac{\partial \boldsymbol{H}}{\partial t} \quad (1)$$

$$\nabla \times \boldsymbol{H} = \epsilon \frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t} \quad (2)$$

$$div\boldsymbol{B} = 0 \quad (3)$$

$$div\boldsymbol{D} = 0 \quad (4)$$

ここで、ϵ、μはそれぞれ媒質の誘電率、透磁率である。

式（1）の両辺の回転をとり次式を得る。

$$rot\ rot\boldsymbol{E} = -\epsilon\mu \frac{\partial^2 \boldsymbol{E}}{\partial^2 t} \quad (5)$$

また、求めたい電界$\boldsymbol{E}$は時間変化に対して線形的に変化するものとして、時間微分項を複素関数近似すると次式のようになる。

$$\mathrm{rot\ rot}\boldsymbol{E} = k\boldsymbol{E} \quad (6)$$

ただし、

$$k = \omega^2 \mu\epsilon \quad (7)$$

ここで、ω は角周波数である。

以上から、固有値の式 (6) を用いて共振周波数ω を求めることができる。

一般に電磁界の固有値問題では、支配方程式は扱う未知数として電界$\boldsymbol{E}$あるいは磁界$\boldsymbol{H}$を仮に$\boldsymbol{A}$とすると、次式のように表すことができる。

$$\mathrm{rot\ rot}\boldsymbol{A} = k\boldsymbol{A} \quad (8)$$

$$\mathrm{div}\mathbf{A} = 0 \quad (9)$$

また、固有値問題の有限要素法での定式化にあたり、スプリアス解の回避のために、各要素内で式 (9) を満足するように辺要素による有限要素の離散化を行なった。

3　辺要素を用いた離散化法

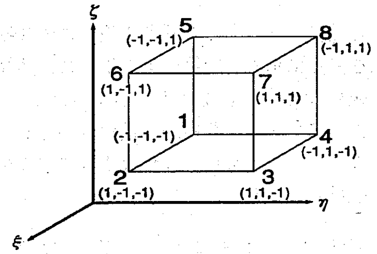


図1　1次6面体要素

図1は局所座標系(ξ, η, ζ) での無次元化された1次6面体要素である。このとき、補間関数$N_i(\xi, \eta, \zeta)$は次式のようになる。

$$\mathrm{N_i} = \frac{1}{8}(1+\xi_i\xi)(1+\eta_i\eta)(1+\zeta_i\zeta) \quad (10)$$

ただし、(ξ_i, η_i, ζ_i) は局所座標系(ξ, η, ζ) での節点座標である。

この補間関数N_iを用いて、要素内の界ベクトル$\boldsymbol{A}$の局所座標成分 (A_ξ, A_η, A_ζ) は次式のように近似できる。

$$A_\xi = \sum_{i=1}^{8} N_i A_{\xi_i} \quad (11)$$

$$A_\eta = \sum_{i=1}^{8} N_i A_{\eta_i} \quad (12)$$

$$A_\zeta = \sum_{i=1}^{8} N_i A_{\zeta_i} \quad (13)$$

これらの各成分は図2に示すように、ξ, η, ζの各方向に定義できる。

従って、$\boldsymbol{A}$は次式のように書くことができる。

$$\boldsymbol{A} = \sum_{i=1}^{12} N_i \boldsymbol{A}_i \quad (14)$$

次に、式 (8) をガラーキン法で離散化をすると、次式に示す G_i が定義でき、これを解析領域全体で零として解 A を求める。

$$G_i = \iiint N_i\{\mathrm{rotrot}\mathbf{A} - k\mathbf{A}\}dV = 0 \qquad (15)$$

4　数値解析モデル

図3に癌温熱療法用リエントラント型空洞共振器アプリケータの数値解析モデルを示す。ここでは、1辺15 cm の均等な立方体に分割し、アプリケータの共振周波数を算出した。

5　数値解析結果

6面体辺要素を用いた有限要素法による3次元解析の結果を表1に示す。計算により得られた共振周波数は実測値によく一致していることがわかる。さらに、計算によって得られた共振周波数は低い方から順に表1のようになり、スプリアス解はすべて零固有値となることが確認された。

表1 解析および実測により得た共振周波数

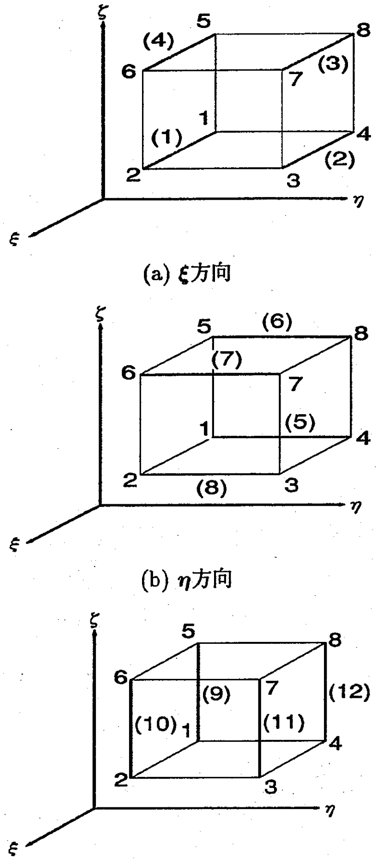
frequency [MHz]	calculated	measured
first resonance	83.0	77.0
second resonance	111.7	110.2

6　まとめ

6面体辺要素を用いた3次元有限要素解析によって、リエントラント型空洞共振器アプリケータの共振周波数を算出した。解析結果と実測値を比較した結果、両者は良く一致しており本手法の妥当性が確認された。今後の課題は、アプリケータ内部の電磁界分布を求めることである。

参考文献

[1] Y. Kanai, et al., *COMPUMAG-Berlin*, PI3-12, July 1995.



(a) ξ方向　(b) η方向　(c) ζ方向

図2 辺要素

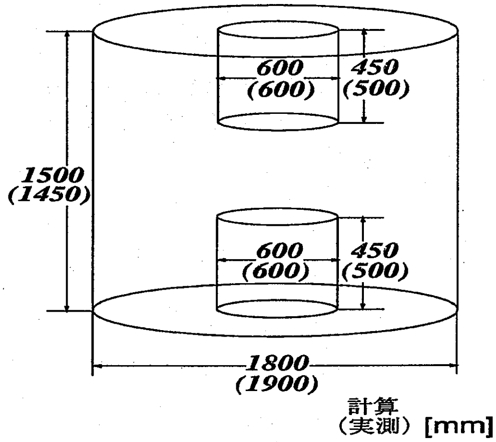


図3 数値解析モデル