

論理回路の入出力集合による
仕様記述と設計検証

小坂 和彦 角山 正博 内藤 祥雄

(長岡技術科学大学)

1. はじめに

未定義エレメントを含む入力ベクトル (入力ベクトル集合) から未定義エレメントを含む出力ベクトル (出力ベクトル集合) への写像によって表された仕様にもとづいて作成した組合せ論理回路の検証方法について述べる。

また、このように表現された仕様の中には矛盾が含まれている可能性があるため、仕様自身の論理検証方法についても述べる。

2. 組合せ回路の仕様

まず、 m 入力 n 出力組合せ回路 (以下、組合せ回路とよぶ) の未定義エレメントを定義する。

定義 (2.1)

設計仕様における入力ベクトル中の定義されていないエレメント (1 または 0 のいずれであってもよい) を入力ベクトルの未定義エレメントという。

同様に、出力ベクトルにおいて、定義されていないエレメント (1 または 0 のいずれであってもよい) を出力ベクトルの未定義エレメントという。これら未定義エレメントを \star で表す。

定義終了

以下、入 (出) カベクトル V を

$V = (v_1, v_2, \dots, v_n)$, $v_i \in \{1, \star, 0\}$ と表す。未定義エレメントを有するベクトル V から生成されたベクトル集合 V^* を次のように定義する。

定義 (2.2)

未定義エレメントを有するベクトル V の全ての未定義エレメントに 1 と 0 とを代入して生成した、未定義エレメントを含まないベクトルの集合を、未定義エレメントを有するベクトル V から生成されたベクトル集合とよび V^* と表す。

定義終了

例 (2.1)

$V = (1, \star, 0, \star)$ のとき

$V^* = \{(1, 0, 0, 0), (1, 0, 0, 1), (1, 1, 0, 0), (1, 1, 0, 1)\}$

例終了

仕様から実現された組み合わせ回路の入(出)ベクトルでは、未定義エレメントの値は 1 と 0 のどちらの値をとってもよい。このため未定義エレメントをもつベクトルを、未定義エレメントに 1 と 0 とを代入して作成したベクトルの集合として扱うこととする。

次に m 入力 n 出力の組合せ回路の仕様について定義する。ここで入力ベクトル I および出力ベクトル O はエレメントとして未定義エレメントも含むベクトルであり、次のように表す。

入力ベクトル: $I (i_1, i_2, \dots, i_m)$
($i_p \in \{1, \star, 0\}, 1 \leq p \leq m$)

出力ベクトル: $O (o_1, o_2, \dots, o_n)$
($i_q \in \{1, \star, 0\}, 1 \leq q \leq n$)

定義 (2.3)

入力ベクトルから出力ベクトルへの写像

$f_1: I_1 (i_{11}, i_{12}, \dots, i_{1p}, \dots, i_{1m}) \rightarrow$
 $O_1 (o_{11}, o_{12}, \dots, o_{1p}, \dots, o_{1n})$

$f_2: I_2 (i_{21}, i_{22}, \dots, i_{2p}, \dots, i_{2m}) \rightarrow$
 $O_2 (o_{21}, o_{22}, \dots, o_{2p}, \dots, o_{2n})$

:

:

$f_r: I_r (i_{r1}, i_{r2}, \dots, i_{rp}, \dots, i_{rm}) \rightarrow$
 $O_r (o_{r1}, o_{r2}, \dots, o_{rp}, \dots, o_{rn})$

の全ての集合

$F = \{f_k \mid f_k: I \rightarrow O, 1 \leq k \leq r\}$

を組合せ回路の仕様という。

定義終了

なお、本稿では混乱を生じることの無い場合に、ベクトル $V (v_1, v_2, \dots, v_n)$ を V と表わすことにする。

3. 仕様の論理検証

定義 (2.3) にもとづく写像を決定することによって仕様設計を行う場合、仕様の中に誤りが含まれる可能性がある。仕様に含まれる誤りを次の補題で示す。

補題 (3.1)

仕様中の任意の二つの写像 $f_a (I_a \rightarrow O_a)$ 、 $f_b (I_b \rightarrow O_b)$ について、定義 (2.2) にもとづく入力ベクトル集合および出力ベクトル集合を各々 I_a^* 、 I_b^* 、 O_a^* 、 O_b^* とすると次のいずれかの条件を満たすならば仕様は誤りを含む。

- 1) $I_a^* \cap I_b^* \neq \phi$ であり、 $O_a^* \cap O_b^* = \phi$ である。
- 2) $I_a^* \supseteq I_b^*$ であり、 $O_a^* \cap O_b^* \neq \phi$ (O_a^* は O_b^* の補集合) である。

証明)

- 1) $I_a^* \cap I_b^*$ からは相異なる O_a^* 、 O_b^* の両方への写像が存在する。これは組合せ論理回路の定義に反するため、仕様は誤りを含んでいることになる。

2) $Ia^* \supseteq Ib^*$ より $Ia^* \cap Ib^* = Ib^*$ となる。したがって、 $Oa^* \cap Ob^* \neq \phi$ であれば $Ia^* \cap Ib^*$ から $Oa^* \cap Ob^*$ への写像が存在する。しかしこの場合は $(Oa^* \cap Ob^*) \cap Oa^* = \phi$ であるため $Ia^* \rightarrow Oa^*$ の仕様を満たすことはできない。

したがって仕様は誤りを含んでいることになる。

証明終了

この補題 (3.1) にもとづいて仕様の論理検証を行うことができる。次に設計の検証方法について述べる。

4. 設計検証

(1) シミュレーション

入力ベクトル空間の全てのベクトルを

$$I = \{I(i_1, i_2, \dots, i_p, \dots, i_m) \mid i_p \in \{1, 0\},$$

$$1 \leq p \leq m\}$$

で表し、このなかで仕様に定められている入力ベクトルの集合を

$$I_s = \{I_k^*(i_{k1}, i_{k2}, \dots, i_{kp}, \dots, i_{km}) \mid i_{kp} \in \{1, 0\},$$

$$1 \leq p \leq m, 1 \leq k \leq r\}$$

と表す。 I_s^c (I_s の補集合) がDon't Careであるものすると、 I_s 中の全てのベクトルを入力とする組合せ回路のシミュレーションを行うことによって設計検証を行うことができる。しかしこのようなシミュレーションには以下にあげるような欠点がある。

- ・シミュレーションを行う入力の数が入力ベクトルの長さの指数に比例して増加する。
- ・設計された回路の中にループが存在する場合には、設計誤りをみのがす場合、あるいはシミュレーションを実行できない場合がある。

そこでここでは、設計された回路の中にはループが存在しないものとし、また、シミュレーションを行う入力数の増加を抑えるために未定義元素の特質を生かした3値シミュレーションを行うことにする。

3値シミュレーションのための未定義元素を含む演算を次のように定義する。⁽¹⁾

定義 (4.1)

	AND	OR	NOT
A	$1 \star 0$	$V \mid 1 \star 0$	\sim
1	$1 \star 0$	$1 \mid 1 \ 1 \ 1$	$1 \ 0$
\star	$\star \star 0$	$\star \mid 1 \ \star \ \star$	$\star \ \star$
0	$0 \ 0 \ 0$	$0 \mid 1 \ \star \ 0$	$0 \ 1$

定義終了

(2) 設計検証

次に定義 (4.1) にもとづきシミュレーションを行うことによって設計を検証する。まず検証の基礎をなす補題を示す。

補題 (4.1)

写像 f_k が定義する入力ベクトル I_k を用いてシミュレーションを行った結果得られた出力ベクトルを O_k' とする。写像 f_k によって定義される出力ベクトル O_k と O_k' との間に $O_k^* \supseteq O_k'^*$ なる関係が成り立たないならば、設計は誤りを含む。

証明)

出力ベクトル O_k と O_k' の q 番目の元素 ($1 \leq q \leq n$) を各々 o_{kq} 、 o_{kq}' とする。定義 (2.2) より明らかのように、出力ベクトル O_k と O_k' との間に $O_k^* \supseteq O_k'^*$ なる関係が成り立たないならば、 o_{kq} が1のとき o_{kq}' が0あるいは \star 、または、 o_{kq} が0のとき o_{kq}' が1あるいは \star である元素 o_{kq} 、 o_{kq}' が存在する。従って、仕様で1(0)と定められている出力が実際には0(1)あるいは \star となってしまう設計が誤りを含むことになる。

証明終了

次に補題 (4.1) にもとづき設計検証の手続きを示す。

(検証手続)

- 1) 写像 f_k によって定義される入力ベクトル I_k を用いてシミュレーションを行う。その結果得られた出力ベクトルを O_k' とする。
- 2) 写像 f_k によって定義される出力ベクトル O_k と O_k' を比較する。 $O_k^* \supseteq O_k'^*$ でないとき設計は誤りを含む。
- 3) 1), 2)の手順を仕様に定義された写像全てについて適用して、設計に誤りを含まれるか否かを調べる。

手続終了

5. まとめ

未定義元素をもつ入力ベクトル (入力ベクトル集合) から未定義元素をもつ出力ベクトル (出力ベクトル集合) への写像によって組合せ論理回路の仕様を記述する方法を示し、3値シミュレーションを用いた組合せ論理回路の設計検証方法を示した。

6. 参考文献

- [1] 杉原丈夫: 数学的論理学、棋書店