

新潟工科大学

研究紀要

BULLETIN
OF
NIIGATA INSTITUTE OF TECHNOLOGY

第 27 号

2023年 3 月

新潟工科大学

目 次

論 文

卓球競技のボール落下位置と選手姿勢のリアルタイム推定の試み	伊藤建一・上島慶	1
How Did Students Perceive Pre-recorded Online English Classes?	小湊彩子	6
1 次元等エントロピー流に対する Tartar 方程式の解法の改良	竹野茂治	17
Law and Economics –on Unfair Activity–	前田実紀	35
完備な Busemann 空間の一様凸性	富澤佑季乃	41

報 告

産学金連携による新たなお菓子の開発-アヤコラボ：柏崎コフレの取り組み-	倉知徹・黒木宏一・佐藤宗幸	49
--	---------------	----

卓球競技のボール落下位置と選手姿勢の リアルタイム推定の試み

伊藤 建一^{*}, 上島 慶^{**}

(令和4年11月30日受理)

An Attempt at Real-Time Estimation of the Ball Drop Position and Player Posture in Table Tennis

Kenichi ITO^{*}, Kei KAMIJIMA^{**}

In this study, we developed a measurement system for the ball drop position and player posture during a table tennis stroke rally to investigate whether the system can estimate the ball drop position in real-time. OpenCV's Channel and Spatial Reliability Tracker (CSRT) was used to track the table tennis ball. OpenPose was adopted to estimate the player's posture. The estimation program was developed using Visual Studio 2019 and implemented on a personal computer (CPU: core i7-7820X, GPU: GTX-1060, Memory: 128 GB). Experiments were conducted at a frame rate of 100 fps, and the results showed that the current processing was not fast enough to achieve real-time continuous estimation.

Key words: table tennis, ball drop position, player posture, real-time estimation

1. まえがき

現在多数の球技スポーツで映像を活用した客観的分析が行われるようになってきている。しかし、卓球競技は、他の球技と比較するとラリーが非常にスピーディーであるため、対戦相手の打球コースなどの情報収集や戦術分析の有用性は示されているものの、競技現場で活用できる映像分析システムの開発には至っていない。

著者らは、上記映像システムを開発するために、ビデオカメラや高速カメラを用いて卓球ボールの落下位置を定量的に評価できるシステムの開発に取り組んできた[1]。これまで、片側から打者が卓球ボールを打ちこみ、逆サイドの卓球台半面に落下した位置を推定することで、提案手法の有効性を確認していた。提案手法の位置推定誤差は、ビデオカメ

* 工学科(電子情報学系)教授

Professor, Field of Electronic and Information Engineering, Department of Engineering

** 工学科(基礎教育・教養系)准教授

Associate Professor, Field of Fundamental Education and Liberal Arts, Department of Engineering

ラで平均誤差 140 mm 程度，高速カメラで平均誤差 50mm 程度であり，実際の戦術分析での利用可能な精度で落下位置を計測可能となっている．本研究では，より実践的な状況へ適応可能か検証するために，選手同士の卓球ストロークラリー中のボール落下位置と選手位置・姿勢のリアルタイム連続推定の可能性を検討したので報告する．

2. 推定方法

図 1 にボール落下位置と選手姿勢推定のフローチャートを示す．本推定では，まず撮影された画像に背景差分法と閾値による 2 値化処理を用いて卓球ボールの台半面の侵入を検知する．次に，トラッキング技術を用いて侵入した卓球ボールを追跡する．トラッキング技術には，OpenCV の CSRT (Channel and Spatial Reliability Tracker)を用いた[2]．選手の姿勢は，卓球ボールが台上に落下した時のみ推定する．姿勢推定方法には OpenPose を採用した[3]．OpenPose のボディモデルは BODY_25 を用いた．推定プログラムは Visual Studio 2019 で開発し，パソコン（CPU : core i7-7820X, GPU : GTX-1060, Memory 128GByte）に実装した．

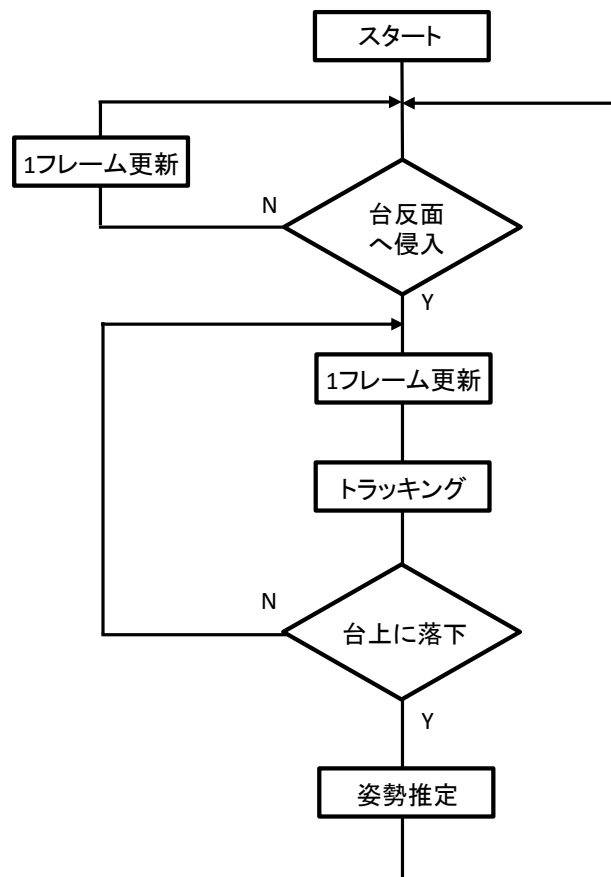
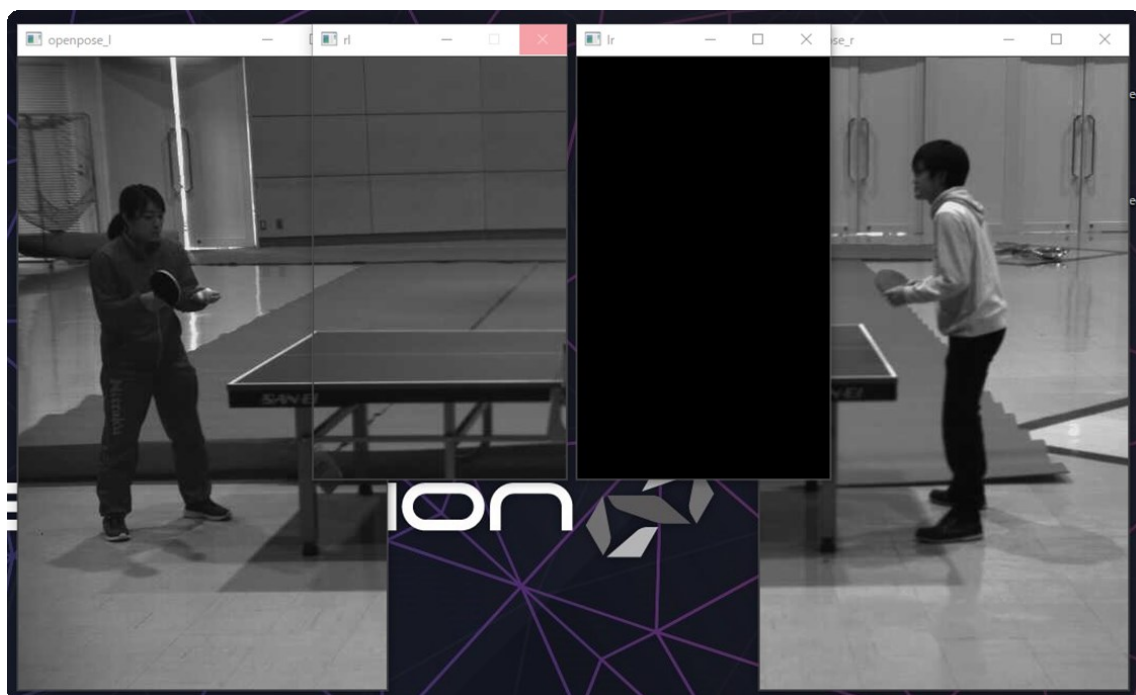


図 1 ボール落下位置と選手姿勢推定のフローチャート

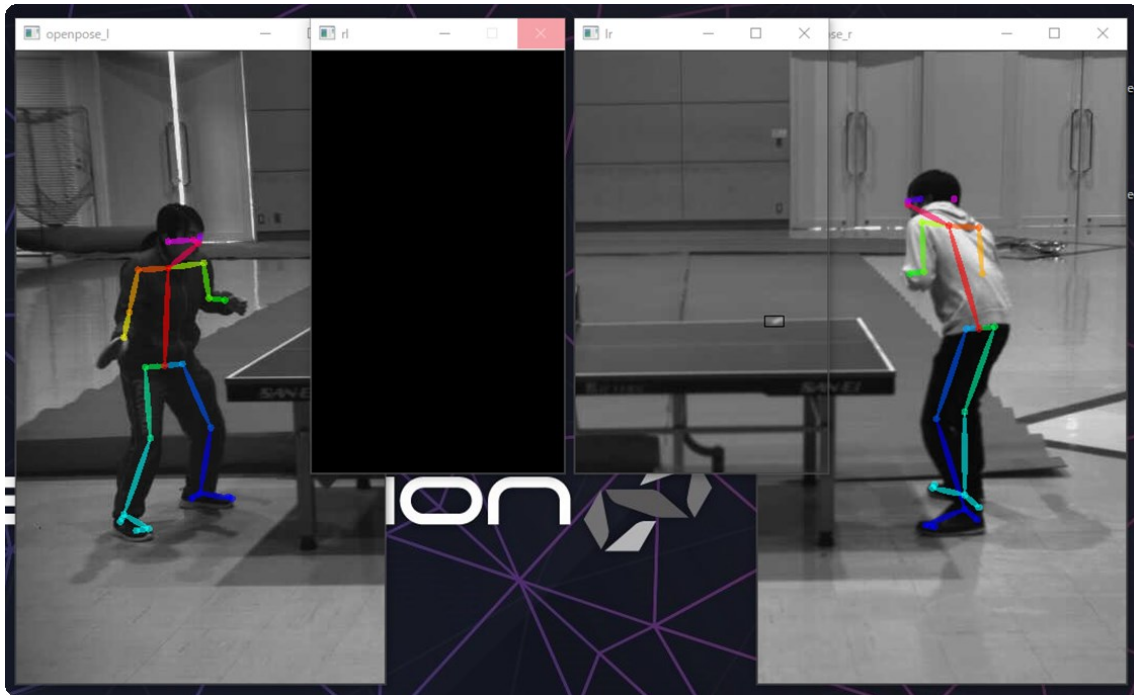
3. 実験方法及び結果

高速カメラ（ストリーミング高速モノクロカメラ INFINICAM UC-1：Photron 社製）は卓球台端から6.8 m離れた位置に高さ1.9 mで配置した。撮影時のフレームレートは100 fps, シャッタースピードは1/100 sに設定した。動画データは、高速カメラの独自形式の静止画データ（1246 × 800ピクセル）でコンピュータに取り込んだ。実際の処理は、この保存された静止画データが対象となる。卓球打者は、卓球台の左端から逆サイドの右半面に向かってサービスし、もう一人の打者と12回連続でラリーを行った。このラリーは3回実施した。撮影時間は3回とも約7 sであった。なお、卓球台が置かれている床には、公式戦に用いられるフロアシートと同じような色合いのフェルトシートを敷いた。

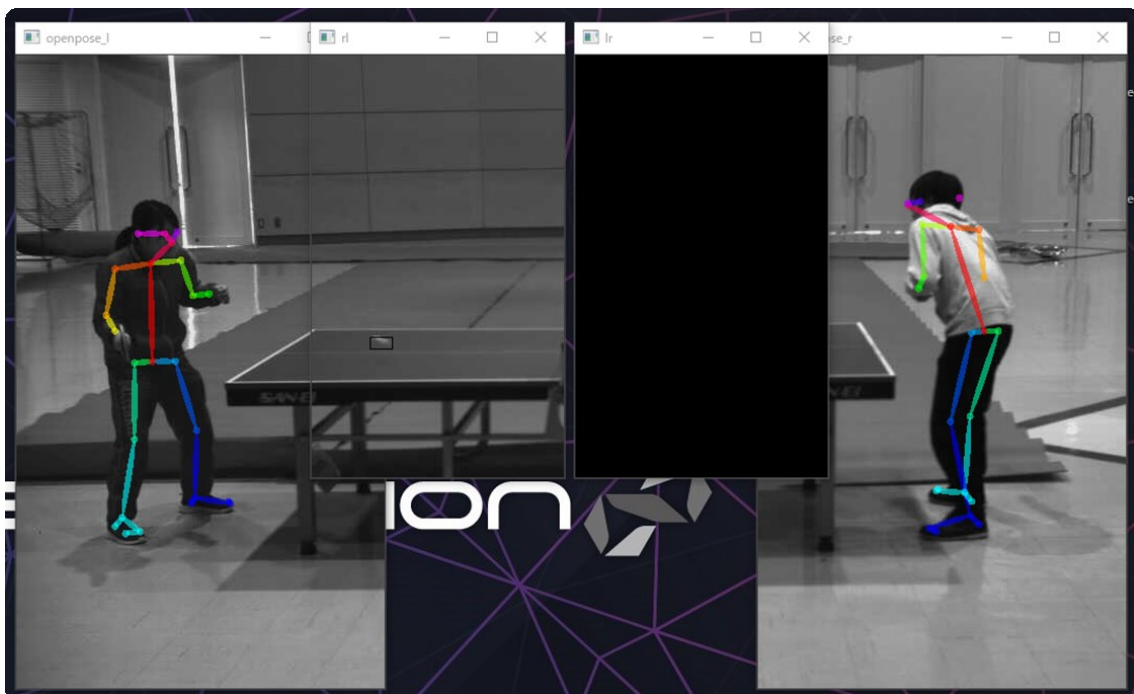
図2は推定プログラム実行画面の一例であり、図2(a)はラリー開始時の画像を示している。図2(b)はラリー中の画像であり、卓球台右サイドに卓球ボールが落下した位置とその時の右側選手の姿勢を推定している。落下時の卓球ボールは黒い長方形で囲って表示している。なお、ここには示されていないが、落下位置と選手位置の画像座標もコンソール画面に表示される仕組みになっている。図2(c)はラリー終了時の画像である。左サイドに卓球ボールが落下した際の落下位置とその時の両選手の姿勢を推定している。ラリー終了時には、落下位置と選手位置だけでなく合計処理時間もコンソール画面に表示される仕組みになっている。各回の合計処理時間は、それぞれ14.5 s, 13.6 s, 14.2 sであり、平均14.1 sであった。現状では、推定処理に撮影時間の2倍程度が必要であり、リアルタイムでの連続推定を実現するためには高速に処理するための工夫が必要であることがわかった。



(a) ラリー開始時



(b) ラリー中の画像



(c) ラリー終了時の画像

図 2 推定プログラムの実行画面の一例

4. あとがき

本研究では、卓球ストロークラリー中のボール落下位置と選手位置・姿勢の計測システムを開発し、リアルタイムで推定できるかどうか検討した。実験の結果、現状では処理が間に合っておらず、リアルタイム連続推定を実現するためには高速化の工夫が必要であることがわかった。今後の課題は、1)処理の改善やハードウェアの変更によりリアルタイム処理が可能となるようにシステムを改善すること、2)試合で使用できるようにカメラからの転送データを直接処理できるようにシステムを拡張すること、の2点である。

謝辞

本研究の一部は第7回「IRMAILサイエンスグラント」フोटロン賞の助成を受けたものです。ストリーミング高速度カメラ INFINICAM UC-1 は Photron 社から貸与していただきました。また、ラリーの実験では、本学 2020 年度卒業生の長谷川蘭君に手伝っていただきました。記して感謝いたします。

文献

- [1] K. Kamijima, K. Ito, et al.: Estimation of Table Tennis Ball Drop Position using a High-Speed Camera, 16th ITTF Sports Science Congress, Budapest, 82-83, 2019.
- [2] A. Lukezic, T. Vojir, et al.: Discriminative correlation filter with channel and spatial reliability, IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, 6309-6318, 2017.
- [3] Z. Cao, T. Simon, et al.: Realtime Multi-Person 2D Pose Estimation using Part Affinity Fields, IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, 7291-7299, 2017.

How Did Students Perceive Pre-recorded Online English Classes?

Ayako KOMINATO*

(Received November 30, 2022)

This study aims to investigate how the students at Niigata Institute of Technology perceived pre-recorded online English classes during the COVID-19 pandemic. Sixty-one first-year students in 2020 and 46 first-year students in 2021 were asked to address both advantages and disadvantages that they recognized while taking the pre-recorded classes. The results suggest that this teaching method helped the students improve their self-regulated learning while they experienced a difficulty of asking questions. Comparison of the student evaluations from 2019 to 2021 shows that pre-recorded classes got a higher evaluation than in-person classes. This paper also discusses some pedagogical implications regarding the effective use of the pre-recorded method.

Key words: in-person class, Moodle, pre-recorded online class, student evaluation

1. INTRODUCTION

Online teaching has become the main alternative teaching modality in educational settings during the COVID-19 pandemic. Even though online courses, such as MOOCs, had gradually become more recognized and available in the last few years even before the pandemic, schools still conducted most classes face-to-face. This pandemic, however, suddenly changed the way classes were delivered, which meant that educators around the world were faced with relatively new pedagogical challenges. It also evoked a discussion about whether online classes could be as effective as in-person classes.

Now there are three main types of class options available in schools: in-person, live online, and pre-recorded online. Several reports have attempted to find out which type of class was effective for Japanese college students. The results have been somewhat mixed. According to Shibuya and Kawanabe (2021)^[1], students preferred in-person classes to the two online options, and their second preference was pre-recorded followed by live online. Mukogawa Women's University (2020)^[2] shared the same result in the comparison between the two online methods. Regarding the ease of understanding learning contents, however, pre-recorded was rated higher than in-person by a wide margin (68.6% to 13.8%) among medical students (Mitoma et al., 2020)^[3]. Nakamura (2021)^[4] reported that the average final examination score was higher and the standard deviation was larger for pre-recorded than for face-to-face, indicating that the pre-recorded method could benefit motivated students better than less-motivated ones. Fukihara (2021)^[5] observes that a pre-recorded style is less effective for students who dislike studying English than a conventional one while it

* Associate Professor, Field of Fundamental Education and Liberal Arts, Department of Engineering

enhances their self-regulated learning. Overall, these reports suggest that online classes, especially pre-recorded, are not necessarily less effective than in-person classes.

A pre-recorded method, which encounters fewer connection troubles than live online classes, was used for required English classes at Niigata Institute of Technology (NIIT) in 2020 and 2021. The aims of this paper were to find out how NIIT students perceived pre-recorded English classes and to obtain suggestions regarding how to improve the classes better.

2. LITERATURE REVIEW

In general, a pre-recorded class requires students to watch a prerecorded lecture video uploaded onto a Learning Management System (LMS) and complete an assignment by the deadline. Students do not have to be in a certain classroom at a scheduled time, allowing them more flexibility than a conventional class. What kind of influence does this flexibility have on their learning? Five reports, which focus on how students regard pre-recorded classes, were selected for this paper. All of them conducted a questionnaire with closed-ended questions.

2.1 Students' Perception on Advantages/Disadvantages of Pre-recorded Classes

One of the main factors that students appreciated about pre-recorded classes is the ability to study at their own pace (Abe, 2021^[6]; Kyoto Notre Dame University, 2020^[7]; Matsushima, 2020^[8]; Tsujikawa, Mabuchi, Sakai, & Nakaue, 2021^[9]). This teaching style allowed them to pause a video whenever necessary so that they could have enough time to take notes and look up what they did not understand. Other advantages included the ability to watch a video repeatedly as well as to easily review what they had learned whenever they wanted to (Abe, 2021; Kyoto Notre Dame University, 2020; Nakamura, 2021). Based on these findings, it can be said that a pre-recorded class enhances students' autonomous learning, helping to improve their comprehension of the learning contents.

As for disadvantages, many students had difficulty getting accustomed to using a digital device properly (Abe, 2021; Kyoto Notre Dame University, 2020; Tsujikawa et al., 2021), especially at the beginning of the first semester. This is understandable because it was probably their first time taking classes online by themselves at home. Other commonly mentioned disadvantages were difficulties asking questions and pacing themselves while studying (Abe, 2021; Kyoto Notre Dame University, 2020; Tsujikawa et al., 2021). In a pre-recorded class, neither their teacher nor classmates are present to ask questions to. While they might be able to ask questions via email or chat, it is often difficult for them to receive immediate answers. Another notable problem that students mentioned was the inability to know how other students are doing in class (Kyoto Notre Dame University, 2020; Nakamura, 2021). Students often compare themselves to their classmates in order to assess how fast or slow their understanding is. It is not impossible, but it is challenging to provide students with this opportunity in pre-recorded classes. These results suggest that it is important to establish a more

solid connection between a teacher and students as well as among students in pre-recorded classes.

2.2 Differences in Academic Help-seeking Between Online and In-person Classes

As pointed out in the previous section, many students find it difficult to ask questions in pre-recorded classes. Asking questions is a part of academic help-seeking behavior. Academic help-seeking is defined as the behavior through which students seek advice and/or ask questions in order to get assistance for the problems that they cannot solve by themselves (Nosaki, 2003)^[10]. There are two main types of help-seeking: autonomous and dependent. According to Kera and Hayashi (2021)^[11], in autonomous help-seeking, students ask for assistance after trying hard on their own to solve difficult problems. On the contrary, students who display dependent help-seeking ask for assistance without attempting to work on problems by themselves. Does the difficulty of asking questions in pre-recorded classes mean that students give up seeking academic assistance at all? If not, how do academic help-seeking behaviors differ between online and face-to-face classes?

To answer these questions, Kera and Hayashi (2021) conducted a survey of 116 second to fourth-year college students who were taking online classes in two universities in Aichi and Fukui. The authors did not specify whether the online classes were live or pre-recorded. The survey discovered three aspects of help-seeking behaviors. First, the students displayed dependent help-seeking more often in face-to-face classes. Second, they were more hesitant to seek academic help in online classes because they were afraid that replying to their questions via email or SNS would be troublesome for their teachers and friends. Third, the students autonomously asked for support from their friends more frequently in online classes. The authors explained that the hesitation to seek help in online classes might make students scrutinize whether they can solve the problems on their own and whether help-seeking is really necessary.

It might be generally assumed that students can easily become demotivated when their questions are not answered right away. Although this is probably true for some students, especially those who are academically underprepared, the study of Kera and Hayashi (2021) suggests that there is the possibility that students' self-directed learning might be enhanced when they acknowledge that assistance is not readily available.

3. METHOD

3.1 Pre-recorded Class Structure

At NIIT, first-year students were required to take two English courses, Basic English I in the first semester and Basic English II in the second semester. Each course offered 30 lessons with the main focus being reading comprehension. The students were divided into two levels, upper and lower, based on the results of their placement tests, and they basically remained in their assigned classes throughout the academic year. The author of this report was responsible for one upper-level and one

lower-level class from 2019 to 2021. Students in 2019 attended in-person classes, and most courses, including Basic English, were online in 2020. In 2021, the required English classes were the only courses that the students took online. One of the reasons for continuing English courses online is that this allowed students to study at home and repeatedly practice pronunciation or read English aloud without the risk of coronavirus infection.

Pre-recorded classes in 2020 and 2021 were conducted in the following way:

(1) Each lecture was recorded on Power Point slides with audio, then converted into a video and uploaded onto Moodle, the LMS used at NIIT. The video length was about 60 minutes. While watching the lecture video, students were assigned problems or activities to work on, which were expected to take approximately 30 minutes.

The common teaching contents included asking reading comprehension questions, answering and explaining the problems from the previous assignment, reading aloud and/or dictation activities. The upper-level class also watched or read internet materials related to the textbook content, such as videos on YouTube, so that the students could be provided with more authentic English and additional knowledge. In the lower-level class, the emphasis was on grammar acquisition in addition to reading comprehension.

(2) A lecture video and an assignment were made available to students based on the school's schedule and stored in Moodle until the end of the academic year. Each assignment needed to be submitted by 5 p.m. the following day. The instructor checked every assignment and provided a grade and feedback within 1-3 days of the deadline. When the students asked a question or made a comment, the instructor added a reply to the feedback.

(3) One of the difficulties in administering an online English examination is the inability to detect cheating. Therefore, there were no examinations in 2020 when having many students in one classroom was discouraged. The course grades were based on how well students completed each assignment and extracurricular e-learning assignments. In 2021, 3 out of 4 examinations were paper based. At the end of the second semester, the sixth wave of the COVID-19 inflection suddenly forced all the courses at NIIT to offer final examinations online or assignments as alternatives to the exams. In Basic English II, it was decided that an online final examination would be administered with significant changes to the questions in order to suit the online format and also prevent possible cheating.

3.2 Participants

Sixty-one first-year students (42 in the upper-level and 19 in the lower-level) in 2020, and 46 first-year students (35 in the upper-level and 11 in the lower-level) in 2021, responded to the questionnaire. All of them belonged to the Department of Engineering.

3.3 Questionnaire

The students were asked to answer the following two questions in their own words in the last class of the first semester in 2020, and in the last class of the second semester in 2021:

Q1: What have you found beneficial about this pre-recorded class? (advantages)

Q2: What have you found difficult/challenging about this pre-recorded class? (disadvantages)

The purpose for using open-ended questions is to get as broad a variety of opinions as possible from the students. The majority of the previous studies referenced in this paper administered multi-choice questions prepared by teachers or university administrators. Although their results are useful in understanding how students perceive pre-recorded classes, there might have been other opinions that the teachers had not anticipated.

In this questionnaire, there were many students who gave more than one answer to each question. In order to get the most diverse data sample possible, all the answers given by the students were counted.

4. RESULTS

4.1 Advantages of Pre-recorded Classes

Table 1 shows the most mentioned advantages of the pre-recorded classes in both years. The results are very similar to those of the previous studies mentioned in Section 2.1.

Table 1 “What have you found beneficial about this pre-recorded class?”

2020	2021
Watching lecture videos again and again (38)	Taking classes anytime I want to (26)
Taking classes anytime I want to (20)	Studying at my own pace (16)
Studying at my own pace (17)	Watching lecture videos again and again (15)
Reading aloud until I am satisfied / Reading aloud without feeling self-conscious (3)	Reading aloud until I am satisfied / Reading aloud without feeling self-conscious (4)

1. *Watching lecture videos again and again* (total 53)

The ability to review lecture videos makes it easier for students to not only take notes but also understand what they have learned. In addition, they can pause and rewind videos in order to repeatedly practice correct English pronunciation or English sentences until they understand them, which is extremely important in mastering foreign languages. This repeatability is difficult to provide in a conventional class where time is scheduled by the instructor.

2. *Taking classes anytime I want to* (46)

Many students appreciated the flexibility in time and location. It allowed them to use time more effectively by taking the classes when they could concentrate. This flexibility could have a

positive impact on their effective learning.

3. *Studying at my own pace* (33)

Many students paused the lecture video when they came across something that they did not understand, and they took time to look it up and consider it thoroughly. Some students even utilized special functions of internet videos to effectively meet their own learning demands. For instance, several students lowered the speed of a video when they could not understand what was being spoken in English. One student increased the playback speed when working on a listening activity in order to get used to faster spoken English.

4. *Reading aloud until I am satisfied / Reading aloud without feeling self-conscious* (7)

Generally speaking, Japanese students tend to become nervous about their English pronunciation and hesitate to practice freely when they are surrounded by their classmates. In pre-recorded classes, however, they were able to practice to their hearts' content, which was beneficial for students who were strongly interested in improving their speaking skills.

4.2 Disadvantages of Pre-recorded Classes

The disadvantages that the students pointed out the most are shown in Table 2.

Table 2 “What have you found difficult/challenging about this pre-recorded class?”

2020	2021
Unable to ask questions when I want to (21)	Unable to ask questions when I want to (11)
Almost forgetting to watch a lecture video or submit an assignment (18)	Almost forgetting to watch a lecture video or submit an assignment (10)
Not feeling that I am attending a class (7)	Hard to take classes and submit assignments on an iPad (7)
Hard to take classes and submit assignments on an iPad (6)	Not feeling that I am attending a class (3)
Anxious whether I am doing alright (3)	Having Internet connection troubles (2)
None in particular (4)	None in particular (4)

1. *Unable to ask questions when I want to* (total 32)

The flexibility in time and space meant that their teacher and/or classmates were not always available when the students had questions. Some students wrote questions down on an assignment to get an answer from the instructor or asked their friends. Others presumably tried to find the answer by themselves or just left the question unanswered.

2. *Almost forgetting to watch a lecture video or submit an assignment* (28)

As mentioned earlier, a lecture video and an assignment were uploaded according to the school's schedule, and the deadline for each assignment was 5 p.m. the following day. The students could take a class anytime as long as their assignment was submitted by the deadline. Because of

this, there were students who nearly forgot to watch a video and/or submit an assignment. Despite their occasional difficulties in time management, most of the students did not fail to take classes. As for the students who did fail to complete some of their English classes, their attendance rate for other courses was also relatively low. In other words, those students missed some of the English classes not because the classes were pre-recorded but because they had difficulty in being punctual in general.

3. *Hard to take classes and submit assignments on an iPad* (13)

NIIT distributed an iPad to all its students in 2019-2021. Even though the students could use any device to take pre-recorded classes, most of them presumably used an iPad as their primary means of accessing the videos and submitting assignments. Some students struggled to work on an assignment and watch a lecture video on an iPad at the same time mainly because of its limited screen size.

4. *Not feeling that I am attending a class* (10)

There were students who preferred the classroom environment because they were motivated by seeing their fellow studious classmates. They thought that a pre-recorded class lacked this kind of encouragement.

5. *None in particular* (8)

Some students appeared to have adjusted to this new learning style without problems.

6. *Anxious whether I am doing alright* (3)

Some students became anxious about whether their assignments had been completed successfully. They were also worried about their level of understanding because they could not compare it to that of other students.

7. *Having Internet connection problems* (2)

Though most of the students seem to have been able to take pre-recorded classes without internet connection problems, some students sometimes experienced trouble when studying at home.

5. DISCUSSION

5.1 Comparison of Class Evaluations by Students in 2019-2021

As seen above, the students experienced both positive and negative aspects of a pre-recorded class. How did they evaluate the classes after all?

The university administers a class evaluation by students at the end of each semester. Tables 3 and 4 show a comparison of the evaluations of upper- and lower-level English classes respectively over the last three years (2019-2021). The students were asked to rate each item from 1 (I don't agree at all) to 5 (I strongly agree). The scores in both tables are the averages of the two courses (Basic English I and Basic English II).

Table 3 The average scores of the student evaluations (upper-level class)

	2019 (in-person)	2020 (pre- recorded)	2021 (pre- recorded)
1. Do you understand what is taught in this class?	4.33	4.53	4.51
2. Do you feel that the teacher is enthusiastic about this class?	4.21	4.80	4.54
3. Is the teacher's explanation clear and easy to understand?	4.15	4.64	4.54
4. Are the class materials effective for better understanding?	4.36	4.69	4.59
5. Does the teacher give students enough opportunities to ask questions or express opinions?	4.36	4.28	4.60
6. Does this class enhance your interest in this subject?	3.82	3.70	4.00
7. Overall, are you satisfied with this class?	4.02	4.36	4.46

Table 4 The average scores of the student evaluations (lower-level class)

	2019 (in-person)	2020 (pre- recorded)	2021 (pre- recorded)
1. Do you understand what is taught in this class?	4.10	4.22	4.40
2. Do you feel that the teacher is enthusiastic about this class?	4.25	4.51	4.60
3. Is the teacher's explanation clear and easy to understand?	4.36	4.51	4.59
4. Are the class materials effective for better understanding?	4.21	4.56	4.48
5. Does the teacher give students enough opportunities to ask questions or express opinions?	4.21	4.07	4.23
6. Does this class enhance your interest in this subject?	3.91	4.00	3.53
7. Overall, are you satisfied with this class?	4.07	4.45	4.30

Overall, the evaluations of pre-recorded classes in 2020 and 2021 were higher than those of in-person classes in 2019. The results of items 1, 3, and 4 suggest that the students thought that the pre-recorded method effectively helped them understand class contents. As seen in Section 4.1, many students made good use of the flexibility of pre-recorded class and self-regulated their learning, which may have consequently deepened their comprehension. Regarding item 2, which addresses the instructor enthusiasm, the pre-recorded method received a more positive response from the students than in-person classes. One reason for this might be that the instructor gave feedback or commented on every assignment, and the students seemed to appreciate the instructor's effort.

The results of item 5 should be interpreted with caution. Based on the evaluations, the students

seemed to recognize that the instructor made sure to allow them to ask questions or express opinions. However, as mentioned in Section 4.2, the students found it difficult to receive immediate answers to their questions in a pre-recorded class. In other words, simply giving students the opportunity to ask questions might not be sufficient. That being said, it does not necessarily mean that questions from students must be answered immediately since, as Kera and Hayashi (2021) pointed out, this inability could actually encourage students to consider their questions more thoroughly instead of expecting answers with little effort.

Considering the results of the student evaluations over the last three years, it can be assumed that the advantages of pre-recorded classes outweigh the disadvantages. It is important to note, however, that the results do not necessarily indicate that the students preferred pre-recorded to in-person. Nevertheless, it can support the claim of Glazier and Harris (2020)^[12] that “online classes are not inherently worse than face-to-face classes or harder for students to like” (p.15).

5.2 Implications for Effective Pre-recorded Classes

According to Glazier and Harris (2020), factors that make classes best and worst for students differ between face-to-face and online classes. For in-person classes, the two most important factors are a teacher’s attitude and the relationship between a teacher and students. On the other hand, for online classes, assignments and course organization are the most significant. Also, when students in face-to-face classes think that their teacher lacks a caring attitude, they tend to rate the class worst. The factors that students think make online classes worst are assignments and lack of teacher engagement. These results suggest that, in online classes, it is most essential to design the kind of assignments that would be appropriate for students without diminishing the importance of a teacher. Glazier and Harris also emphasize the significance of the teachers being supportive and communicating clearly with students.

Based on a questionnaire survey of students who took pre-recorded classes, Tsujikawa et al. (2021) mention that class satisfaction is highly related to the ease of understanding the class contents as well as being able to study at one’s own pace. They also specify the factors that students think are important for effective pre-recorded classes. First, class materials should be simple and clear. Second, the students want class materials to be delivered through video or Power Point slides including oral explanations. Third, instructions and deadlines for assignments need to be clear. Fourth, the students want teachers to comment on their assignment as soon as possible and provide correct answers. Lastly, students prefer a class which encourages them to ask questions and offers additional materials. Aiba (2021)^[13] found that the pre-recorded classes which students thought were effective offered high quality teaching materials, such as Power Point slides with audio, and feedback.

The present study revealed that the issue mentioned the most by the students was the ability to

ask questions and have them answered when necessary. There are several ways to deal with this problem. Teachers can encourage students to ask questions via email or SNS if they need to be answered as soon as possible. It also would be a good idea to create a Q&A section on Moodle where students can ask questions anytime and teachers answer them at a certain time. If students can wait a few days for their questions to be answered, teachers can include a Q&A segment in the next lecture video. Regardless of how teachers choose to deal with the issue, it is more important to assure students that a teacher is willing to answer any questions and communicate with them in pre-recorded than it is in in-person classes.

6. CONCLUSION

This paper discusses how the students of NIIT perceived pre-recorded English classes. Though the students recognized both advantages and disadvantages, the comparison of student evaluations suggests that the students perceived the classes positively. The results of the questionnaire indicate that the students made good use of the flexibility of pre-recorded classes, which could help to improve their self-regulated learning.

It is necessary to remember that this pandemic has had a major influence on the students' perception and acceptance of online classes. Most of the students accepted online classes because they understood their necessity in preventing the spread of coronavirus. Therefore, it is not certain how students would react to pre-recorded classes after the pandemic subsides and our lives return to normal.

Still, this new style of teaching should not be disregarded just because it lacks the actual physical presence of teachers and students in a classroom. It is important to take advantage of this new learning option that the pandemic has brought forth.

REFERENCES

- [1]Shibuya, I., & Kawanabe, T. (2021). Online-jugyou niokeru jikochouseigakushuuhouryaku kakutoku no teido ga jugyoukeitai no senkou ni oyobosu eikyuu [Effects of acquisition level of self-regulated learning strategies on class format preference in online classes]. *Annual Conference of the Japanese Association of Educational Psychology*, 63, 217.
- [2]Mukogawa Women's University (2020). Dai 3 kai enkakujugyou nikansuru chousakekka nituite (houkoku) [The third report on the survey result regarding remote classes]. Retrieved from <https://www.mukogawa-u.ac.jp/pdf/1024-1.pdf>.
- [3]Mitoma, H., Harada, Y., Yamazaki, Y., Uchida, K., Igarashi, R., & Otaki, J. (2020). Taimen jugyou ha on-demand gata jugyou yori sugureteirunoka? [Is learning in classroom superior to learning on-

- demand?]. *Medical Education*, 51(3), 266-267.
- [4]Nakamura, T. (2021). Online jugyou (On-demand gata) ni okeru kyouiku kouka: Kyouiku shinrigakuteki kanten karano jissenteki kentou [Educational effects of online (on-demand) classes: A practical study from a perspective of educational psychology]. *Toyo Gakuen University Teacher Training Annual Report*, 3, 1-14.
- [5]Fukihara, A. (2021). On-demand gata eigojugyou no kouka kenshou no kokoromi: Nigateishiki no henka wo taimenjugyou to hikaku site [An analysis of an on-demand English class for low proficiency students]. *The Review of Osaka University of Commerce*, 17(2), 89-102.
- [6]Abe, Y. (2021). Teams to Moodle wo katuyousita onlinejugyoukaizen [Improving online teaching using Teams and a learning management system (Moodle)]. *LET Kansai Chapter Collected Papers*, 19, 83-96.
- [7]Kyoto Notre Dame University (2020). Onlinejugyou ni kansuru anke-to (gakusei): Kekka gaiyou houkoku [An questionnaire on online classes (Students): Summary report]. Retrieved from https://www.notredame.ac.jp/pdf/cms/2020online_houkoku.pdf
- [8]Matsushima, Y. (2020). Google Classroom wo katsuyou sita on-demand gata jugyou no jissen [Practical report regarding to an on-demand class with Google Classroom]. *The Bulletin of the Institute of Information Science and Technology, Senshu University*, 96, 17-20.
- [9]Tsujikawa, N., Mabuchi, Y., Sakai, J., & Nakaue, M. (2021). With corona jidai no daigakukyoku no kouchiku ni mukete: Enkakujugyou ni taisuru gakusei anke-to kekka kara [Rebuilding the university education in the new normal post-COVID-19 era: From the results of the student survey on online courses]. *Review of Kobe Shinwa Women's University*, 54, 9-28.
- [10]Nosaki, H. (2003). Seito no tasseimokuhyoushikousei to conpitemu no ninchi ga gakugyouteki enjoyousei ni oyobosu eikyou [Academic help-seeking: Achievement goal orientations and perceptions of competence]. *Japanese Journal of Educational Psychology*, 51, 141-153.
- [11]Kera, Y., & Hayashi, A. (2021). Online jugyou ni okeru daigakusei no gakugyouteki enjoyousei: Kaikohou ni yoru taimenjugyou tonu hikaku wo toosita tansakuteki kentou [Academic help-seeking in university online-classes: A retrospective comparison with face-to-face classes]. *The Nanzan Journal of Teacher Education*, 8, 24-30.
- [12]Glazier, R. A., & Harris, H. S. (2020). Common traits of the best online and face-to-face classes: Evidence from student surveys. Paper presented at the American Political Science Association Teaching and Learning Conference, Albuquerque, New Mexico, February 7-9, 2020.
- [13]Aiba, H. (2021). Online jugyou no ruikeika to kyouiku kouka no yosatsuteki kousatsu: GIGA suku-ru ga hobo jitsugen siteiru shiritsu shougakkou to shiritsu daigaku deno jissen wo toosite [Classification of online classes and presumptive study of their educational effects: What has been revealed from the practices at a private elementary school and a private university close to the full adoption of the GIGA school program]. *The Journal of Studies on Educational Practices*. 24, 37-50.

1次元等エントロピー流に対する Tartar 方程式の解法の改良

竹野 茂治*

(令和4年10月31日受理)

An improvement for solving of Tartar's equation
for one dimensional isentropic gas dynamics

Shigeharu TAKENO*

Using the compensated compactness theory, DiPerna proved the existence of weak solutions of one dimensional isentropic gas dynamics equations with arbitrary large initial data for discrete adiabatic exponents, and Ding-Chen-Luo extended the result for continuous adiabatic exponents. In their results, it is important to solve Tartar's equation for Young measure and weak entropy pairs, but the part is complicated. In this article, we see an improvement of the part for discrete exponents. In our method, the argument for the part is more simple, and we can relax the restriction of the basic function of the weak entropies.

Keywords: isentropic gas dynamics, compensated compactness theory, improvement for solving Tartar's equation, Young measure, discrete adiabatic exponent

1 はじめに

本稿では、等エントロピー流方程式に対する補償コンパクト性理論における、いわゆる Tartar 方程式

$$\langle \nu, \eta \tilde{q} - \tilde{\eta} q \rangle = \langle \nu, \eta \rangle \langle \nu, \tilde{q} \rangle - \langle \nu, \tilde{\eta} \rangle \langle \nu, q \rangle \quad (1)$$

を解いて

$$\nu = \nu_{(t,x)}(U) = \delta_{\bar{U}(t,x)}(U) \quad (2)$$

と決定する DiPerna ら [3], [2] による証明の、1つの改良版を提示する。

* 工学科 (基礎教育・教養系) 准教授

Associate Professor, Field of Fundamental Education and Liberal Arts, Department of Engineering

元の方程式は、1次元の等エントロピー流を記述する保存則形の偏微分方程式

$$\begin{cases} \rho_t + (\rho u)_x = 0 \\ (\rho u)_t + (\rho u^2 + P(\rho))_x = 0 \end{cases} \quad (t > 0, x \in R) \quad (3)$$

で、 $\rho = \rho(t, x) \geq 0$ は気体密度、 $u = u(t, x)$ は速度、 $P = P(\rho) = A\rho^\gamma$ は圧力、 $A > 0$ 、 $1 < \gamma < 3$ は定数で、 γ は断熱指数とも呼ばれる。前者は質量保存則、後者は運動量保存則を意味し、よって (3) は「連立保存則方程式」とも呼ばれる。

この方程式の初期値問題の解の存在証明方法として、補償コンパクト性理論 (compensated compactness theory) というものがあり、それを用いて、 $A\rho^\gamma$ 形の圧力に対しては、大きさや変動に制限をつけない初期値に対する (3) の初期値問題の弱解の存在が、まず DiPerna (1983)^[3] によって断熱指数 γ が $\gamma = (2m + 3)/(2m + 1)$ ($m = 1, 2, 3, \dots$) の場合に示され、Ding-Chen-Luo (1985, 1986)^[2] によってそれが任意の $1 < \gamma \leq 5/3$ に拡張され、Lions-Perthame-Tadmor (1994)^[5] により $\gamma \geq 3$ の場合、そして Lions-Perthame-Souganidis (1996)^[4] により $1 < \gamma < 3$ の場合が示され、等エントロピー流の $P = A\rho^\gamma$ の形に対しては、 $\gamma > 1$ のすべての γ に対して弱解の問題はほぼ解決している。

その後もその理論を適用できる圧力項 $P(\rho)$ を広げる試みが行われているが (Chen-LeFloch^[1], Makino^[7], Lu^[6])、それには従来の証明の方針自体の見直しも必要になる。また、DiPerna (1983)^[3] の結果に対する拡張である Ding-Chen-Luo^[2] の方法は、長大な計算の連続であるためその読解も難しく、それらの証明の改良、簡略化も、この分野の発展のためには必要だと思われる。

本稿では、Ding-Chen-Luo^[2] らの証明の改良の前段階として、DiPerna^[3] の結果、すなわち $\gamma = (2m + 3)/(2m + 1)$ の場合に対する証明の、特に Tartar 方程式の解法部分に関する若干の改良を紹介する。

なお、Ding-Chen-Luo^[2] は DiPerna^[3] の方法をそのまま実数の γ に拡張したもので、本稿の手法は Ding-Chen-Luo^[2] の方法にも適用が可能であるが、Lions-Perthame-Tadmor^[5]、Lions-Perthame-Souganidis^[4] の手法は、DiPerna^[3] や Ding-Chen-Luo^[2] らの Darboux エントロピーではなく、核エントロピーを用いた方法なので、本稿の改良はそれらには当てはまらない。むしろ、逆に本稿の改良は、Lions らの方法^{[5], [4]} からヒントを得ている部分もある。

2 弱エントロピーと Young 測度

まず、本稿で必要になる弱エントロピーと Young 測度について簡単に説明する。

方程式 (3) は、 $\rho(t, x)$ 、 $u(t, x)$ が滑らかであれば、

$$\begin{bmatrix} \rho \\ u \end{bmatrix}_t + \begin{bmatrix} u & \rho \\ P'(\rho)/\rho & u \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \rho \\ u \end{bmatrix}_x = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

と書けるが、これに対し、

$$(q_\rho, q_u) = (\eta_\rho, \eta_u) \begin{bmatrix} u & \rho \\ P'(\rho)/\rho & u \end{bmatrix} \quad (5)$$

を満たす ρ, u の関数の組 $(\eta(\rho, u), q(\rho, u))$ を, 「一般化エントロピー対」と呼び, η を「エントロピー」, q を「エントロピー流束」と呼ぶ. エントロピー対は, 滑らかな $\rho(t, x), u(t, x)$ に対しては,

$$\eta(\rho(t, x), u(t, x))_t + q(\rho(t, x), u(t, x))_x = 0 \quad (6)$$

の追加保存則形の式を満たし, 物理的なエントロピー対 $(\rho S, \rho S u)$ に対応することからそう名付けられている. また, 真空 $\rho = 0$ で 0 となるエントロピー $(\eta(0, u) = 0)$ を「弱エントロピー」と呼ぶ. 大きさや変動に制限のない初期値に対する初期値問題では, 弱解に真空が現れうるため弱エントロピーを用いる必要がある. なお, 滑らかとは限らない弱解に対しては, 一般には (6) は成立しないが, 逆に弱解の物理的な適切性の保証として, 弱解は, 凸なエントロピー η に対するエントロピー不等式

$$\eta(\rho(t, x), u(t, x))_t + q(\rho(t, x), u(t, x))_x \leq 0 \quad (7)$$

を満たす必要がある. これは, 物理でのエントロピー増大則 ($-\rho S$ が凸) に対応する.

補償コンパクト性理論では, 非線形な汎弱極限を記述する, 以下の Young 測度と呼ばれるものが重要な働きをする:

$\Omega \subset \mathbb{R}^M, A \subset \mathbb{R}^N$ で A は有界閉集合, $f_n \in L^\infty(\Omega; A)$ ($n = 1, 2, \dots$) とすると, 以下を満たす $\{f_n\}_n$ の部分列 $\{f_{n_j}\}_j$ と, $\bar{f} \in L^\infty(\Omega; A)$ と, Ω のほとんど至るところの x に対して定義される \mathbb{R}^N 上の確率測度 (非負で全測度 1 の Borel 測度) の族 $\{\nu_x(y)\}_{a.e. x \in \Omega}$ が存在する.

1. $f_{n_j} \rightarrow \bar{f}(x) \quad L^\infty(\Omega)weak*$
2. $\nu_x(A) = 1$
3. \mathbb{R}^N 上の任意の連続関数 $G(y)$ に対し,

$$\bar{G}(x) = \langle \nu_x(y), G(y) \rangle = \int_{\mathbb{R}^N} G(y) \nu_x(dy)$$

は Ω 上の可測関数で,

$$G(f_{n_j}(x)) \rightarrow \bar{G}(x) \quad L^\infty(\Omega)weak* .$$

この確率測度の族 $\{\nu_x(y)\}_x$ を $\{f_{n_j}\}_j$ に対する「Young 測度」と呼び, $\nu_x(y)$ に関する $G(y)$ の積分を $\langle \nu_x, G \rangle, \langle \nu, G \rangle, \langle G \rangle$ などのように書く.

一様有界な関数列 $f_n(x)$ からは汎弱収束 ($weak*$) するような部分列が取れるが, 汎弱収束のような弱い収束では, $f_{n_j}(x)$ が $\bar{f}(x)$ に収束しても, 一般にはそれを非線形関数 $G(y)$ に代入した $G(f_{n_j}(x))$ は, $G(\bar{f}(x))$ に収束するとは言えない. 例えば $L^\infty(\mathbb{R})$ の汎弱収束では $\cos nx \rightarrow 0$ であるが, $\cos^2 nx \rightarrow 1/2$ となる. その $G(f_{n_j}(x))$ の極限を, $G(y)$ の確率測度での積分 (平均値) として記述するような測度が, Young 測度である. ちなみに, $\{\cos nx\}$ に対する Young 測度 $\nu_x(y)$ は, 非特異な絶対連続測度 $\nu_x(y) = dy/(\pi\sqrt{1-y^2})$ となる^[10].

$G(f_{n_j}(x))$ の極限が通常の $G(\bar{f}(x))$ になることは, Young 測度で言えば $\nu_x(y)$ がデルタ関数 $\delta_{\bar{f}(x)}(y)$ であることを意味し, その場合は $f_{n_j}(x)$ が $\bar{f}(x)$ に強収束する.

方程式 (3) に対する近似解の有界性から得られる Young 測度 $\{\nu_{(t,x)}(\rho, u)\}_{(t,x)}$ を, この方程式に豊富に存在する弱エントロピー対に対して適用したのが Tartar 方程式 (2) に現れる各項で, さらに (3) に対して補償コンパクト性理論を用いて得られる関係式が Tartar 方程式 (2) である. Young 測度 $\{\nu_{(t,x)}(\rho, u)\}_{(t,x)}$ がデルタ関数であることを決定することが, 近似解の強収束性と弱解の存在を示すことになるので, この方法では任意の弱エントロピー対に対して成立する Tartar 方程式 (2) から Young 測度を決定することが目標となる.

3 Riemann 不変量と Darboux の公式

方程式 (3) に対して,

$$w = u + \frac{\sqrt{A\gamma}}{\theta} \rho^\theta, \quad z = u - \frac{\sqrt{A\gamma}}{\theta} \rho^\theta \quad (8)$$

で定まる w, z を「Riemann 不変量」と呼ぶ. ここで θ は $\theta = (\gamma - 1)/2$ の定数で, $1 < \gamma < 3$ では $0 < \theta < 1$ である.

(ρ, u) という組は, $\rho > 0$ の範囲では (w, z) という組に 1 対 1 に対応し,

$$u = \frac{w+z}{2}, \quad \rho = \left(\frac{\theta}{\sqrt{A\gamma}} \frac{w-z}{2} \right)^{1/\theta} \quad (9)$$

と表される. よって滑らかで $\rho > 0$ な解に対しては, (ρ, u) で考えることと (w, z) で考えることは同等となる. 弱エントロピー対 (η, q) や Young 測度 $\nu_{(t,x)}(\rho, u)$ も, ρ, u の関数, ρ, u の測度と考える代わりに w, z の関数, w, z の測度, と考えることもできる. (w, z) で考えると方程式 (3) も対角化され, 色々見通しが良くなり, 本稿でもほぼ (w, z) で考察する.

補償コンパクト性理論で用いられる (3) の近似解は, 一様有界性を持つ人工粘性近似や Lax-Friedrichs 型の差分近似が用いられる. それらは, ある不変領域を持つことが知られている. まず, (w, z) 平面の三角領域 $\Sigma(w_0, z_0)$ を以下のように定める.

$$\Sigma(w_0, z_0) = \{(w, z); w \leq w_0, z \geq z_0, w \geq z\} \quad (10)$$

なお, $w \geq z$ は $\rho \geq 0$ に対応し, これは常に満たす必要がある. この $\Sigma(w_0, z_0)$ は (w, z) 平面, (ρ, u) 平面では図 1 のようになる. なお, これは (ρ, u) 平面のものと (w, z) 平面のもの

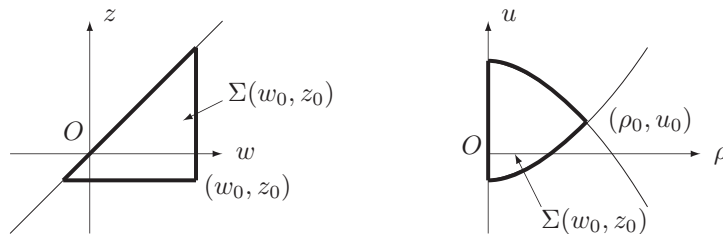


Fig. 1 $\Sigma(w_0, z_0)$ on (w, z) plane and on (ρ, u) plane

を同一視し, 同じ $\Sigma(w_0, z_0)$ で表すことにする. また, 厳密に言えば弱解は $\rho = 0$ ($w = z$) の値を取り得て, その部分では u は未定義になってしまうのであるが, 弱解は正確には (ρ, u)

の対ではなく, $(\rho, m) = (\rho, \rho u)$ の対で考えるので, $\rho = 0$ も問題なく弱解として含み得る. 本稿では, 弱解と $\rho = 0$ に関する議論は詳しくは行わないが, 参考文献^[9]を参照のこと. 三角領域 $\Sigma(w_0, z_0)$ に関して次が成り立つことが知られている.

初期値 $(\rho_0(x), u_0(x))$ がすべての x に対してある三角領域 $\Sigma(w_0, z_0)$ に含まれていれば, そこから構成する (3) の人工粘性近似解, あるいは Lax-Friedrichs 型差分近似解 $(\rho^\Delta(t, x), u^\Delta(t, x))$ は, $t > 0$ に対し常に $\Sigma(w_0, z_0)$ に含まれる.

これにより, この近似解の部分列 $(\rho_n(t, x), u_n(t, x))$, その汎弱極限 $(\bar{\rho}(t, x), \bar{u}(t, x))$, およびそれに対する Young 測度 $\{\nu_{(t,x)}(\rho, u)\}_{(t,x)}$ が取れ, $\nu_{(t,x)}$ は $\Sigma(w_0, z_0)$ 以外では 0 となる. そして, 補償コンパクト性理論により, この Young 測度 $\nu_{(t,x)}$ と, 任意の弱エントロピー対 $(\eta, q), (\bar{\eta}, \bar{q})$ に対して, 冒頭の Tartar 方程式 (1) が, ほとんどいたるところの (t, x) ($t > 0$) に対して成り立つことが示される. ここまでは標準的な流れで, この部分に変更はない. 詳しくは参考文献^[9]等を参照のこと.

あとは, Tartar 方程式を解くのに必要な弱エントロピー対を, 以下のいわゆる Darboux の公式から具体的に生成して, それを使って考察する.

$1 < \gamma \leq 5/3$ のとき, 実数上の任意の連続関数 $\phi(s)$ に対して,

$$\begin{cases} \eta = \int_z^w (w-s)^m (s-z)^m \phi(s) ds \\ q = \lambda_2 \eta - \theta \int_z^w (w-s)^{m+1} (s-z)^m \phi(s) ds \end{cases} \quad (11)$$

は, (5) を満たす弱エントロピー対 $(\eta(0, u) = 0)$ となる. ここで, λ_2 は

$$\lambda_2 = u + \sqrt{A\gamma} \rho^\theta = \frac{1+\theta}{2} w + \frac{1-\theta}{2} z$$

で, m は

$$m = \frac{1-\theta}{2\theta} = \frac{3-\gamma}{2(\gamma-1)}.$$

この最後の m は, 逆に $\gamma = (2m+3)/(2m+1)$ となり, DiPerna^[3] は m を自然数とし, Ding-Chen-Luo^[2] は m を 1 以上の実数としている. 本稿では, m を自然数として, DiPerna^[3] と同じ γ の条件で考える.

弱エントロピー対は, この Darboux の公式 (11) により, ϕ の自由度だけ存在し, ここから多くの種類のエントロピー対を生成できる. この Darboux の公式の形のエントロピー対を, 本稿では「Darboux エントロピー対」と呼ぶ. なお, 以後, $q - \lambda_2 \eta = \sigma$ とする. Darboux エントロピー対に対しては

$$\sigma = q - \lambda_2 \eta = -\theta \int_z^w (w-s)^{m+1} (s-z)^m \phi(s) ds \quad (12)$$

となる.

本稿の議論で必要なエントロピー対を以下に紹介する.

- $a \in R$ に対して, ϕ を $\delta(s-a)$ に近づけた極限, 具体的には $\phi_0(y) \in C_0^\infty(0,1)$, $\int_0^1 \phi_0(y)dy = 1$ なる $\phi_0(y)$ に対して $\phi(s) = \phi_n(s) = n\phi_0(n(s-a))$ として $n \rightarrow \infty$ により得られるエントロピー対

$$\begin{cases} \eta^{(0)} &= (w-a)^m(a-z)^m X_0(w, z; a) \\ \sigma^{(0)} &= -\theta(w-a)^{m+1}(a-z)^m X_0(w, z; a) = -\theta(w-a)\eta^{(0)} \\ q^{(0)} &= \lambda_2 \eta^{(0)} + \sigma^{(0)}. \end{cases} \quad (13)$$

ここで, $X_0(w, z; a)$ は

$$X_0(w, z; a) = \begin{cases} 1 & (z \leq a < w \text{ のとき}) \\ 0 & (\text{それ以外}) \end{cases} \quad (14)$$

である (図 2). 詳しくは参考文献 [9] を参照. なお, このエントロピー対は, ほぼ Darboux の公式の積分を外して ϕ を除いた形なので, これを本稿では「核エントロピー対」と呼ぶ.

- $a \in R$ に対して, ϕ を $-\delta'(s-a)$ に近づけた極限, 具体的には上の $\phi_n(s)$ に対して $\phi(s) = -\phi'_n(s)$ として $n \rightarrow \infty$ により得られるエントロピー対

$$\begin{cases} \eta^{(1)} &= \{(w-a)^m(a-z)^m\}_a X_0(w, z; a) \\ &= m(w-a)^{m-1}(a-z)^{m-1}(w+z-2a)X_0(w, z; a) \\ \sigma^{(1)} &= -\theta\{(w-a)^{m+1}(a-z)^m\}_a X_0(w, z; a) \\ &= \theta\eta^{(0)} - \theta(w-a)\eta^{(1)} \\ q^{(1)} &= \lambda_2 \eta^{(1)} + \sigma^{(1)}. \end{cases} \quad (15)$$

$\eta^{(1)}, q^{(1)}, \sigma^{(1)}$ は, $z < a < w$ では $\eta^{(0)}, q^{(0)}, \sigma^{(0)}$ を a で微分したものになっている. なお, 厳密に言えば, $(\eta^{(1)}, q^{(1)})$ は, $m = 1$ の場合は $w = a, z = a$ で連続ではないが, $\nu_{(t,x)}$ での積分は可能で, $\phi(s) = -\phi'_n(s)$ に対して成立する Tartar 方程式で, Lebesgue 収束定理による極限を取れば, $(\eta^{(1)}, q^{(1)})$ に対しても Tartar 方程式が成立することが示される.

- $a \in R$ に対して $\phi(s) = (d/ds)^{m+1}\psi_n(s)$ として得られる弱エントロピー対 (η_n, q_n) . ここで $\psi_n(s)$ は $\psi_n(s) = n\psi_0(n(s-a))$ で, $\psi_0(y)$ は R 上滑らかで,

$$\lim_{|y| \rightarrow \infty} (1+|y|^2)\psi_0(y) = 0, \quad \psi_0(y) \in L^1(R) \quad (16)$$

とする. そして同じ条件を満たす $\hat{\psi}_0$ に対して, (η_n, q_n) と同様にして構成した弱エントロピー対を $(\hat{\eta}_n, \hat{q}_n)$ とし, $\hat{\sigma}_n = \hat{q}_n - \lambda_2 \hat{\eta}_n$ とする.

この最後の η_n, σ_n を計算する.

$$\left(\frac{\partial}{\partial s}\right)^k (w-s)^m(s-z)^m, \quad \left(\frac{\partial}{\partial s}\right)^k (w-s)^{m+1}(s-z)^m$$

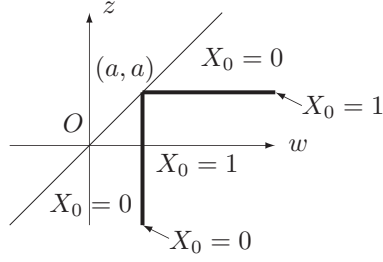


Fig. 2 function X_0

は $k < m$ では $s = z, s = w$ で 0 になるので, m 回部分積分すると,

$$\eta_n = \int_z^w Q_1(s) \psi'_n(s) ds, \quad \sigma_n = \int_z^w Q_2(s) \psi'_n(s) ds \quad (17)$$

となる. ここで, $Q_1(s), Q_2(s)$ は

$$\begin{cases} Q_1(s) = \bar{Q}_1(w-s, s-z) = (-1)^m \left(\frac{\partial}{\partial s} \right)^m (w-s)^m (s-z)^m \\ Q_2(s) = \bar{Q}_2(w-s, s-z) = -\theta (-1)^m \left(\frac{\partial}{\partial s} \right)^m (w-s)^{m+1} (s-z)^m \end{cases} \quad (18)$$

の s に関する多項式であり, その境界値は

$$\begin{cases} Q_1(w) = \bar{Q}_1(0, w-z) = m!(w-z)^m \\ Q_1(z) = \bar{Q}_1(w-z, 0) = (-1)^m m!(w-z)^m \\ Q_2(w) = \bar{Q}_2(0, w-z) = 0 \\ Q_2(z) = \bar{Q}_2(w-z, 0) = (-1)^{m+1} \theta m!(w-z)^{m+1} \end{cases} \quad (19)$$

となる. もう 1 回部分積分をすると,

$$\begin{aligned} \eta_n &= [Q_1(s) \psi_n(s)]_{s=z}^{s=w} + \int_z^w R_1(s) \psi_n(s) ds \\ &= Q_1(w) \psi_n(w) - Q_1(z) \psi_n(z) + \int_z^w R_1(s) \psi_n(s) ds, \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \sigma_n &= [Q_2(s) \psi_n(s)]_{s=z}^{s=w} + \int_z^w R_2(s) \psi_n(s) ds \\ &= Q_2(w) \psi_n(w) - Q_2(z) \psi_n(z) + \int_z^w R_2(s) \psi_n(s) ds, \end{aligned} \quad (21)$$

$$R_j(s) = -\frac{\partial}{\partial s} Q_j(s) = -\frac{\partial}{\partial s} \bar{Q}_j(w-s, s-z) \quad (j = 1, 2) \quad (22)$$

となる.

4 Tartar 方程式の解法

Tartar 方程式 (1) から ν を決定する議論は, 前半部分と後半部分に分かれていて, その前半部分は,

$\nu_{(t,x)}$ の台, すなわち $\nu_{(t,x)}$ が 0 でない集合の閉包 ($\subset \Sigma(w_0, z_0)$) を含む, 最小の三角領域を $\Sigma(w_1, z_1)$ とすると, その台は点 (w_1, z_1) を含む.

であるが, ここは標準的な方法でよいので本稿では省略する. なお, その部分は, DiPerna^[3] の漸近エントロピー対を使用する方法よりも, Lions-Perthame-Souganidis^[4] による核エントロピー対を利用する方法の方がスマートである. 詳しくは参考文献^[9] を参照.

また, 本節では断わらない限り (t, x) は固定して考えるので, $\nu_{(t,x)}$ は ν とし略記する ((w_1, z_1) は (t, x) 毎に決まる値). そして ν での積分において, 本節では被積分関数は, ρ, u ではなく w, z を変数とする関数と見て考える.

本稿では, 後半部分, すなわち ν の台が (w_1, z_1) のみである, ということを示す部分についての改良を行う. この後半部分では, 3 節で紹介した Darboux エントロピー対, 核エントロピー対から, (1) の左辺に表われる以下のような $B = \eta\bar{q} - \bar{\eta}q$ の式を主に考える.

$$\begin{cases} B_{0,1} = \eta^{(0)}q^{(1)} - \eta^{(1)}q^{(0)} & = \eta^{(0)}\sigma^{(1)} - \eta^{(1)}\sigma^{(0)} \\ B_n^{(0)} = \eta^{(0)}q_n - \eta_n q^{(0)} & = \eta^{(0)}\sigma_n - \eta_n\sigma^{(0)} \\ B_n^{(1)} = \eta^{(1)}q_n - \eta_n q^{(1)} & = \eta^{(1)}\sigma_n - \eta_n\sigma^{(1)} \\ B_n = \eta_n\hat{q}_n - \hat{\eta}_n q_n & = \eta_n\hat{\sigma}_n - \hat{\eta}_n\sigma_n. \end{cases} \quad (23)$$

また, $B_n^{(j)}$ ($j = 0, 1$) の (η_n, q_n) を $(\hat{\eta}_n, \hat{q}_n)$ に変えたものを $\hat{B}_n^{(j)}$ とする.

DiPerna^[3], Ding-Chen-Luo^[2] は, $\psi_0, \hat{\psi}_0$ を C_0^∞ から取り, 強い制限を与えることで, $\langle \eta_n \rangle, \langle q_n \rangle, \langle B_n^{(1)} \rangle$ が有界で, $\langle B_n^{(0)} \rangle \rightarrow 0$ を示すことで $\langle B_n \rangle \rightarrow 0$ を示すのであるが, むしろ次の関係式を用いることでその議論を易しくし, $\psi_0, \hat{\psi}_0$ の制限を緩くすることができる.

補題 1 弱エントロピー対 (η_i, q_i) ($1 \leq i \leq 4$) に対して $B_{i,j} = \eta_i q_j - \eta_j q_i$ とすると,

$$\langle B_{1,2} \rangle \langle B_{3,4} \rangle - \langle B_{1,3} \rangle \langle B_{2,4} \rangle + \langle B_{1,4} \rangle \langle B_{2,3} \rangle = 0. \quad (24)$$

補題 1 の証明 Tartar 方程式 (1) より

$$\langle B_{i,j} \rangle = \langle \eta_i \rangle \langle q_j \rangle - \langle \eta_j \rangle \langle q_i \rangle$$

となるから, これをそれぞれに代入して展開すれば得られる. なお, これは 4 次の行列式

$$\begin{vmatrix} \langle \eta_1 \rangle & \langle q_1 \rangle & \langle \eta_1 \rangle & \langle q_1 \rangle \\ \langle \eta_2 \rangle & \langle q_2 \rangle & \langle \eta_2 \rangle & \langle q_2 \rangle \\ \langle \eta_3 \rangle & \langle q_3 \rangle & \langle \eta_3 \rangle & \langle q_3 \rangle \\ \langle \eta_4 \rangle & \langle q_4 \rangle & \langle \eta_4 \rangle & \langle q_4 \rangle \end{vmatrix} = 0$$

の, 2 次の小行列式による Laplace 展開と同等である. ■

この補題 1 と (23) により,

$$\langle B_{0,1} \rangle \langle B_n \rangle - \langle B_n^{(0)} \rangle \langle \hat{B}_n^{(1)} \rangle + \langle \hat{B}_n^{(0)} \rangle \langle B_n^{(1)} \rangle = 0 \quad (25)$$

が得られるが, 本稿では Tartar の方程式 (1) を直接使うのではなく, 表面上は η, q に現れない B だけの関係式 (25) を用いて, さらに a による積分を用いることで, DiPerna^[3],

Ding-Chen-Luo^[2] の行う長い評価の議論を簡略化する. なお, a による積分の利用は, Lions-Perthame-Souganidis^[4] も用いている手法である.

命題 2 $h(a) = \langle B_{0,1} \rangle$ とすると, $h(a)$ は, $z_1 < a < w_1$ では正で, その外では 0 の連続関数.

命題 2 の証明 (13), (15) より,

$$\begin{aligned} B_{0,1} &= \eta^{(0)}\sigma^{(1)} - \eta^{(1)}\sigma^{(0)} = \eta^{(0)}\theta\{\eta^{(0)} - (w-a)\eta^{(1)}\} + \theta(w-a)\eta^{(0)}\eta^{(1)} \\ &= \theta(\eta^{(0)})^2 \geq 0 \end{aligned}$$

なので $h(a) = \theta\langle(\eta^{(0)})^2\rangle \geq 0$ となる.

また, $\eta^{(0)} = (w-a)^m(a-z)^m X_0(w, z; a)$ は, $z > a$ または $w < a$ では 0 であり, ν の台は $\Sigma(w_1, z_1)$ に含まれるので, $a < z_1$ か $a > w_1$ ならば $B_{0,1}$ の台と ν の台は交わらないので $h(a) = \langle B_{0,1} \rangle = 0$ となる.

そして, ν の台は点 (w_1, z_1) を含み, $z_1 < a < w_1$ の場合は (w_1, z_1) では $\eta^{(0)} > 0$ なので $h(a) > 0$ となることもわかる.

最後に $h(a)$ の連続性であるが, $B_{0,1} = \theta(\eta^{(0)})^2$ は $z_1 < a < w_1$ で有界で a に関して連続なので, Lebesgue 収束定理により $h(a)$ の連続性も成り立つ. ■

5 $B_n^{(j)}$ の評価と極限

$B_n^{(j)}$, B_n の評価には, 以下の補題を用いる.

補題 3 (16) を満たす $\psi_0(y)$ に対して $\psi_n(s) = \psi_n(s; a) = n\psi_0(n(s-a))$ とすると, 任意の有限区間 $I = [p, q]$ に対して次が成り立つ.

1. $(s-a)^k \psi_n(s)$ ($k = 1, 2$) は $s, a \in I$, n に関して有界で,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (s-a)^k \psi_n(s) = 0$$

2. $f(s)$ が I 上連続ならば,

$$J_n = \int_z^w f(s) \psi_n(s) ds$$

は, $w, z, a \in I$ ($z \leq w$), n に関して有界で, 以下が成り立つ.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} J_n = f(a) \xi(w, z; a, r) \int_R \psi_0(y) dy,$$

ここで, $r, \xi(w, z; a, r)$ は,

$$r = \frac{\int_0^\infty \psi_0(y) dy}{\int_R \psi_0(y) dy}, \quad \xi(w, z; a, r) = \begin{cases} 1 & (z < a < w \text{ のとき}) \\ r & (z = a < w \text{ のとき}) \\ 1-r & (z < w = a \text{ のとき}) \\ 0 & (\text{上記以外のとき}) \end{cases}$$

とする (図 3).

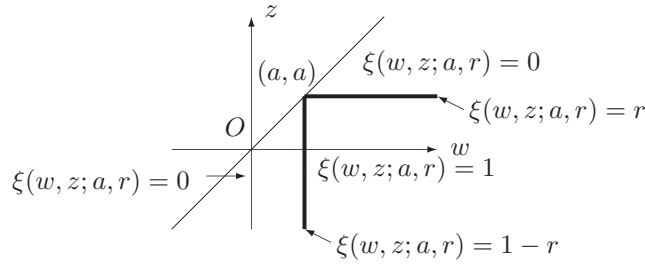


Fig. 3 function $\xi(w, z; a, r)$

補題 3 の証明 1. $S_n = n(s - a)$ とすると,

$$(s - a)^k \psi_n(s) = n(s - a)^k \psi_0(n(s - a)) = \frac{S_n^k \psi_0(S_n)}{n^{k-1}}$$

は (16) より一様有界で, $s \neq a$ であれば (16) により 0 に収束し, $s = a$ のときは $S_n = 0$ より 0 となる.

2. $Z_n = n(z - a), W_n = n(w - a)$ とすると,

$$\int_z^w |\psi_n(s)| ds = \int_{Z_n}^W |n\psi_0(n(s - a))| ds = \int_{Z_n}^{W_n} |\psi_0(y)| dy \leq \|\psi_0\|_{L^1} < \infty$$

なので,

$$|I_n| \leq \|f\|_{C(I)} \|\psi_0\|_{L^1}$$

より I_n は一様有界となる. $n \rightarrow \infty$ に対しては, $z = w$ なら $I_n = 0$,

$$I_n = \int_{Z_n}^{W_n} f\left(a + \frac{y}{n}\right) \psi_0(y) dy$$

より, $a < z < w$ ならば $Z_n, W_n \rightarrow \infty$, $z < w < a$ ならば $Z_n, W_n \rightarrow -\infty$ となるのでこれらの場合は $I_n \rightarrow 0$ となる.

$z = a < w$ の場合は, $Z_n = 0, W_n \rightarrow \infty$ となるので,

$$I_n \rightarrow \int_0^\infty f(a) \psi_0(y) dy = f(a) r \int_R \psi_0(y) dy$$

となる. また, $z < w = a$ のときは, $Z_n \rightarrow -\infty, W_n = 0$ より

$$I_n \rightarrow \int_{-\infty}^0 f(a) \psi_0(y) dy = f(a) (1 - r) \int_R \psi_0(y) dy$$

となる. 最後に, $z < a < w$ のときは, $Z_n \rightarrow -\infty, W_n \rightarrow \infty$ より

$$I_n \rightarrow \int_{-\infty}^\infty f(a) \psi_0(y) dy = f(a) \int_R \psi_0(y) dy$$

となる. ■

次は, この補題 3 を用いて, $B_n^{(0)}, B_n^{(1)}$ の評価を行う. まずは $B_n^{(0)}$ から.

η_n, σ_n は, $u(X) = m!X^m$ とすると, (20), (21) と, 境界値 (19) により,

$$\begin{cases} \eta_n = u(w-z)\{\psi_n(w) + (-1)^{m+1}\psi_n(z)\} + \int_z^w R_1(s)\psi_n(s)ds \\ \sigma_n = (-1)^m\theta u(w-z)(w-z)\psi_n(z) + \int_z^w R_2(s)\psi_n(s)ds \end{cases} \quad (26)$$

と書ける. よって, $B_n^{(0)}$ は

$$\begin{aligned} B_n^{(0)} &= \eta^{(0)}\sigma_n - \eta_n\sigma^{(0)} = \eta^{(0)}(\sigma_n + \theta(w-a)\eta_n) \\ &= \theta u(w-z)\eta^{(0)}\{(w-a)\psi_n(w) + (-1)^m(a-z)\psi_n(z)\} \\ &\quad + \eta^{(0)} \int_z^w \{R_2 + \theta(w-a)R_1\}\psi_n(s)ds \end{aligned} \quad (27)$$

となる. 補題 3 より $(w-a)\psi(w), (z-a)\psi(z)$ は $w, z, a \in [z_1, w_1]$ で有界で, $n \rightarrow \infty$ のときに 0 に収束する. 積分項も有界で, $R_3(a) = R_2(a) + \theta(w-a)R_1(a)$ とすると

$$\eta^{(0)}R_3(a)\xi(w, z; a, r) \int_{\mathbb{R}} \psi_0 dy \quad \left(r = \int_0^\infty \psi_0 dy / \int_{\mathbb{R}} \psi_0 dy \right) \quad (28)$$

に収束するから, 結局 $B_n^{(0)}$ は有界で, (28) に収束することがわかる.

次に $B_n^{(1)}$ は,

$$\begin{aligned} B_n^{(1)} &= \eta^{(1)}\sigma_n - \eta_n\sigma^{(1)} = \eta^{(1)}(\sigma_n + \theta(w-a)\eta_n) - \theta\eta^{(0)}\eta_n \\ &= \theta u(w-z)\eta^{(1)}\{(w-a)\psi_n(w) + (-1)^m(a-z)\psi_n(z)\} \\ &\quad - \theta u(w-z)\eta^{(0)}\{\psi_n(w) + (-1)^{m+1}\psi_n(z)\} \\ &\quad + \eta^{(1)} \int_z^w \{R_2 + \theta(w-a)R_1\}\psi_n(s)ds - \theta\eta^{(0)} \int_z^w R_1\psi_n(s)ds \end{aligned} \quad (29)$$

となるが, $\eta^{(1)}$ は $[z_1, w_1]$ 上有界なので, この 3 行の式のうち, 最初の行は $B_n^{(0)}$ の場合と同様に有界で 0 に収束する. 2 行目の式は, $\eta^{(0)}$ に $(w-a)(a-z)$ が含まれているので, これもやはり $B_n^{(0)}$ の場合と同様に有界で 0 に収束する. 3 行目の 2 つの積分項も有界で,

$$(\eta^{(1)}R_3(a) - \theta\eta^{(0)}R_1(a))\xi(w, z; r, a) \int_{\mathbb{R}} \psi_0 dy \quad (30)$$

に収束するから, 結局 $B_n^{(1)}$ は有界で (30) に収束する.

よって, Lebesgue 収束定理により, 以下がわかる.

$$\left\{ \begin{array}{l} \langle B_n^{(0)} \rangle \rightarrow \langle \eta^{(0)}R_3\xi(w, z; a, r) \rangle \int_{\mathbb{R}} \psi_0 dy = p_1(r, a) \int_{\mathbb{R}} \psi_0 dy \\ \langle \widehat{B}_n^{(0)} \rangle \rightarrow \langle \eta^{(0)}R_3\xi(w, z; a, \widehat{r}) \rangle \int_{\mathbb{R}} \widehat{\psi}_0 dy = p_1(\widehat{r}, a) \int_{\mathbb{R}} \widehat{\psi}_0 dy \\ \langle B_n^{(1)} \rangle \rightarrow \langle (\eta^{(1)}R_3 - \theta\eta^{(0)}R_1)\xi(w, z; r, a) \rangle \int_{\mathbb{R}} \psi_0 dy = p_2(r, a) \int_{\mathbb{R}} \psi_0 dy \\ \langle \widehat{B}_n^{(1)} \rangle \rightarrow \langle (\eta^{(1)}R_3 - \theta\eta^{(0)}R_1)\xi(w, z; \widehat{r}, a) \rangle \int_{\mathbb{R}} \widehat{\psi}_0 dy = p_2(\widehat{r}, a) \int_{\mathbb{R}} \widehat{\psi}_0 dy \\ \left(r = \int_0^\infty \psi_0 dy / \int_{\mathbb{R}} \psi_0 dy, \quad \widehat{r} = \int_0^\infty \widehat{\psi}_0 dy / \int_{\mathbb{R}} \widehat{\psi}_0 dy \right) \end{array} \right. \quad (31)$$

ここから,

$$\langle B_n^{(0)} \rangle \langle \widehat{B}_n^{(1)} \rangle - \langle \widehat{B}_n^{(0)} \rangle \langle B_n^{(1)} \rangle \rightarrow (p_1(r, a)p_2(\widehat{r}, a) - p_1(\widehat{r}, a)p_2(r, a)) \int_R \psi_0 dy \int_R \widehat{\psi}_0 dy$$

となるから, $\psi_0, \widehat{\psi}_0$ が

$$\frac{\int_0^\infty \psi_0 dy}{\int_R \psi_0 dy} = \frac{\int_0^\infty \widehat{\psi}_0 dy}{\int_R \widehat{\psi}_0 dy} \quad (32)$$

を満たせば, $r = \widehat{r}$ となり, よって,

$$\langle B_n^{(0)} \rangle \langle \widehat{B}_n^{(1)} \rangle - \langle \widehat{B}_n^{(0)} \rangle \langle B_n^{(1)} \rangle \rightarrow 0 \quad (33)$$

となる. これと, (25) を組み合わせると, 以下が得られる.

命題 4 条件 (32) の元, $h(a)\langle B_n \rangle$ は $a \in [z_1, w_1]$ に関して有界で,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} h(a)\langle B_n \rangle = 0.$$

6 B_n の評価と極限

次に, $B_n = \eta_n \widehat{\sigma}_n - \widehat{\eta}_n \sigma_n$ の評価, およびその極限を考察する.

本節では, (20) と (21) の式を使って, B_n を一旦行列式形に表す.

$$\vec{Q} = \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \end{bmatrix}, \quad \vec{\Psi}_n(s) = \begin{bmatrix} \psi_n(s) \\ \widehat{\psi}_n(s) \end{bmatrix}, \quad \vec{R}(s) = \begin{bmatrix} R_1(s) \\ R_2(s) \end{bmatrix}$$

と書くことにすると,

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \eta_n \\ \widehat{\eta}_n \end{bmatrix} &= Q_1(w)\vec{\Psi}_n(w) - Q_1(z)\vec{\Psi}_n(z) + \int_z^w R_1 \vec{\Psi}_n(s) ds, \\ \begin{bmatrix} \sigma_n \\ \widehat{\sigma}_n \end{bmatrix} &= Q_2(w)\vec{\Psi}_n(w) - Q_2(z)\vec{\Psi}_n(z) + \int_z^w R_2 \vec{\Psi}_n(s) ds \end{aligned}$$

となるので,

$$\begin{aligned} B_n &= \begin{vmatrix} \eta_n & \sigma_n \\ \widehat{\eta}_n & \widehat{\sigma}_n \end{vmatrix} \\ &= -Q_1(w)Q_2(z) \left| \vec{\Psi}_n(w) \vec{\Psi}_n(z) \right| + Q_1(w) \int_z^w R_2 \left| \vec{\Psi}_n(w) \vec{\Psi}_n(s) \right| ds \\ &\quad - Q_1(z)Q_2(w) \left| \vec{\Psi}_n(z) \vec{\Psi}_n(w) \right| - Q_1(z) \int_z^w R_2 \left| \vec{\Psi}_n(z) \vec{\Psi}_n(s) \right| ds \\ &\quad + Q_2(w) \int_z^w R_1 \left| \vec{\Psi}_n(s) \vec{\Psi}_n(w) \right| ds - Q_2(z) \int_z^w R_1 \left| \vec{\Psi}_n(s) \vec{\Psi}_n(z) \right| ds \\ &\quad + \int_z^w R_1(t) dt \int_z^w R_2(s) \left| \vec{\Psi}_n(t) \vec{\Psi}_n(s) \right| ds \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= -\left|\vec{Q}(w) \vec{Q}(z)\right| \left|\vec{\Psi}_n(w) \vec{\Psi}_n(z)\right| + \int_z^w \left|\vec{Q}(w) \vec{R}(s)\right| \left|\vec{\Psi}_n(w) \vec{\Psi}_n(s)\right| ds \\
 &\quad - \int_z^w \left|\vec{Q}(z) \vec{R}(s)\right| \left|\vec{\Psi}_n(z) \vec{\Psi}_n(s)\right| ds \\
 &\quad + \int_z^w dt \int_z^w R_1(t) R_2(s) \left|\vec{\Psi}_n(t) \vec{\Psi}_n(s)\right| ds \\
 &= I_1 + I_2 + I_3 + I_4
 \end{aligned}$$

の形となる. なお, I_j は, その前の式の項を一つずつ順番に名付けることにする.

まずは I_1 から考える. (19) より,

$$\begin{aligned}
 \left|\vec{Q}(w) \vec{Q}(z)\right| &= \begin{vmatrix} u(w-z) & (-1)^m u(w-z) \\ 0 & (-1)^{m+1} \theta(w-z) u(w-z) \end{vmatrix} \\
 &= (-1)^{m+1} \theta(w-z) u(w-z)^2
 \end{aligned}$$

であり, これは $(w-z)^2$ を因数に含むので,

$$I_1 = v(w-z)(w-z)^2 \left|\vec{\Psi}_n(w) \vec{\Psi}_n(z)\right| = v(w-z) J_1$$

とすると, $v(w-z) = (-1)^{m+1} \theta u(w-z)^2 / (w-z)$ で, $W_n = n(w-a)$, $Z_n = n(z-a)$ に
より

$$\begin{aligned}
 J_1 &= (w-z)^2 \left|\vec{\Psi}_n(w) \vec{\Psi}_n(z)\right| = n^2(w-z)^2 \left|\vec{\Psi}_0(W_n) \vec{\Psi}_0(Z_n)\right| \\
 &= (W_n - Z_n)^2 \left|\vec{\Psi}_0(W_n) \vec{\Psi}_0(Z_n)\right| \\
 &= \left|W_n^2 \vec{\Psi}_0(W_n) \vec{\Psi}_0(Z_n)\right| - 2 \left|W_n \vec{\Psi}_0(W_n) Z_n \vec{\Psi}_0(Z_n)\right| \\
 &\quad + \left|\vec{\Psi}_0(W_n) Z_n^2 \vec{\Psi}_0(Z_n)\right|
 \end{aligned}$$

の形に変形でき, (16) と補題 3 により $w, z, a \in [z_1, w_1]$ に対する J_1 の一様有界性と 0 への
収束性が得られる. なお,

$$\vec{\Psi}_0(y) = \begin{bmatrix} \psi_0(y) \\ \hat{\psi}_0(y) \end{bmatrix}$$

とした. よって, I_1 は一様有界で, $n \rightarrow \infty$ のときに 0 に収束する.

次は I_4 を考える. I_4 は二重積分の形にまとめているが, 実際には, $R_i \psi_n$ の積分と $R_j \hat{\psi}_n$
の積分の積の差の形になっていて, よって, R_j の連続性と補題 3 により $w, z, a \in [z_1, w_1]$
に対して一様有界で, その極限は,

$$I_4 \rightarrow R_1(a) R_2(a) \begin{vmatrix} \xi(w, z; r, a) \int_z^w \psi_0 dy & \xi(w, z; r, a) \int_z^w \psi_0 dy \\ \xi(w, z; \hat{r}, a) \int_z^w \hat{\psi}_0 dy & \xi(w, z; \hat{r}, a) \int_z^w \hat{\psi}_0 dy \end{vmatrix} = 0$$

となる.

あとは I_2, I_3 であるが, これらは 0 には収束しないので, 単独で考える代わりに, 連続関
数 $h(a)$ をかけて a で積分したものを考える. まずは, I_2 から.

$$\int_{\mathbb{R}} h(a) I_2 da = \int_{\mathbb{R}} h(a) da \int_z^w \left|\vec{Q}(w) \vec{R}(s)\right| \left|\vec{\Psi}_n(w) \vec{\Psi}_n(s)\right| ds$$

であるが, a を $n(w - a) = y$ と置換し, s を $n(w - s) = t$ と置換すると, $a = w - y/n$, $s = w - t/n$ で,

$$\vec{\Psi}_n(w) = n\vec{\Psi}_0(n(w - a)) = n\vec{\Psi}_0(y), \quad \vec{\Psi}_n(s) = n\vec{\Psi}_0(n(s - a)) = n\vec{\Psi}_0(y - t)$$

となるので,

$$\begin{aligned} & \int_R h(a)I_2 da \\ &= \int_R h\left(w - \frac{y}{n}\right) dy \int_0^{n(w-z)} \left| \vec{Q}(w) \vec{R}\left(w - \frac{t}{n}\right) \right| \left| \vec{\Psi}_0(y) \vec{\Psi}_0(y - t) \right| dt \end{aligned}$$

となるが, $z \leq w - t/n \leq w$ より $|\vec{Q}(w) \vec{R}|$ は $w, z \in [z_1, w_1]$ に関して有界, h も有界で, $\psi_0, \hat{\psi}_0 \in L^1$ より

$$\int_R dy \int_0^\infty \text{abs}\left(|\vec{\Psi}_0(y) \vec{\Psi}_0(y - t)|\right) dt \leq 2\|\psi_0\|_{L^1}\|\hat{\psi}_0\|_{L^1} < \infty$$

なので ($\text{abs}(x)$ は x の絶対値), Lebesgue 収束定理により, $w > z$ では

$$\int_R h(a)I_2 da \rightarrow h(w) \left| \vec{Q}(w) \vec{R}(w) \right| I_5, \quad I_5 = \int_R dy \int_0^\infty \left| \vec{\Psi}_0(y) \vec{\Psi}_0(y - t) \right| dt \quad (34)$$

に収束し, $w = z$ では 0 となることがわかる.

$h(a)I_3$ の積分も同様に,

$$\int_R h(a)I_3 da = \int_R h(a) da \int_z^w \left| \vec{Q}(z) \vec{R}(s) \right| \left| \vec{\Psi}_n(s) \vec{\Psi}_n(z) \right| ds$$

で a を $n(z - a) = y$ と置換し, s を $n(s - z) = t$ と置換すると, $a = z - y/n$, $s = z + t/n$ で,

$$\vec{\Psi}_n(z) = n\vec{\Psi}_0(n(z - a)) = n\vec{\Psi}_0(y), \quad \vec{\Psi}_n(s) = n\vec{\Psi}_0(n(s - a)) = n\vec{\Psi}_0(y + t)$$

より,

$$\begin{aligned} & \int_R h(a)I_3 da \\ &= \int_R h\left(z - \frac{y}{n}\right) dy \int_0^{n(w-z)} \left| \vec{Q}(z) \vec{R}\left(z + \frac{t}{n}\right) \right| \left| \vec{\Psi}_0(y + t) \vec{\Psi}_0(y) \right| dt \end{aligned}$$

なので, I_2 の場合と同様に有界性が言え, その極限は, $w > z$ では

$$\int_R h(a)I_3 da \rightarrow h(z) \left| \vec{Q}(z) \vec{R}(z) \right| I_6, \quad I_6 = \int_R dy \int_0^\infty \left| \vec{\Psi}_0(y + t) \vec{\Psi}_0(y) \right| dt \quad (35)$$

に収束し, $w = z$ では 0 となる.

(34), (35) の極限の値を求めるために, R_j の w, z での値をまず計算する. (18), (22) より,

$$\begin{aligned} R_1(s) &= (-1)^{m+1} \left(\frac{\partial}{\partial s} \right)^{m+1} (w - s)^m (s - z)^m, \\ R_2(s) &= -\theta(-1)^{m+1} \left(\frac{\partial}{\partial s} \right)^{m+1} (w - s)^{m+1} (s - z)^m \end{aligned}$$

なので,

$$\begin{cases} R_1(w) &= (-1)^{m+1}(m+1)(-1)^m m! m(w-z)^{m-1} = -m(m+1)\frac{u}{w-z} \\ R_1(z) &= (-1)^{m+1}(m+1)(-m)(w-z)^{m-1} m! = (-1)^m m(m+1)\frac{u}{w-z} \\ R_2(w) &= (-1)^m \theta(m+1)! (-1)^{m+1} (w-z)^m = -\theta(m+1)u \\ R_2(z) &= (-1)^m \theta(m+1)(-1)(m+1)(w-z)^m m! = (-1)^{m+1} \theta(m+1)^2 u \end{cases} \quad (36)$$

となる. よって, (19), (36) により,

$$\begin{aligned} |\vec{Q}(w) \vec{R}(w)| &= \begin{vmatrix} u & -\frac{m(m+1)u}{w-z} \\ 0 & -\theta(m+1)u \end{vmatrix} = -\theta(m+1)u^2, \\ |\vec{Q}(z) \vec{R}(z)| &= \begin{vmatrix} (-1)^m u & (-1)^m \frac{m(m+1)u}{w-z} \\ (-1)^{m+1} \theta(w-z)u & (-1)^{m+1} \theta(m+1)^2 u \end{vmatrix} \\ &= -\theta(m+1)u^2 \begin{vmatrix} 1 & \frac{m}{w-z} \\ w-z & m+1 \end{vmatrix} = -\theta(m+1)u^2 \end{aligned}$$

となって, 同じ値となる. また, I_6 は, 置換して順序交換すれば,

$$\begin{aligned} I_6 &= \int_R dy \int_0^\infty |\vec{\Psi}_0(y+t) \vec{\Psi}_0(y)| dt = \int_R dy \int_y^\infty |\vec{\Psi}_0(s) \vec{\Psi}_0(y)| ds \\ &= \int_R ds \int_{-\infty}^s |\vec{\Psi}_0(s) \vec{\Psi}_0(y)| dy = \int_R ds \int_0^\infty |\vec{\Psi}_0(s) \vec{\Psi}_0(s-t)| dt = I_5 \end{aligned}$$

となる. よって, これらを総合すると, $\int_R h(a) B_n da$ は $w, z \in [z_1, w_1]$ に関して一様有界で,

$$\int_R h(a) B_n da \rightarrow -\theta(m+1)u^2 \{h(w) + h(z)\} I_5 \quad (37)$$

となる.

$h(a)$ は $[z_1, w_1]$ の外では 0 なので, Fubini の定理より,

$$\left\langle \int_R h(a) B_n da \right\rangle = \int_R h(a) \langle B_n \rangle da \quad (38)$$

が成り立つが, 命題 4 より, この右辺は $n \rightarrow \infty$ に対して

$$\int_R h(a) \langle B_n \rangle da = \int_{z_1}^{w_1} h(a) \langle B_n \rangle da \rightarrow 0$$

となる. また, (38) の左辺は (37) と Lebesgue 収束定理より

$$\left\langle \int_R h(a) B_n da \right\rangle \rightarrow -\theta(m+1) I_5 \langle u(w-z)^2 \{h(w) + h(z)\} \rangle$$

となる. よって, (32) を満たし, かつ $I_5 \neq 0$ となる $\psi_0, \hat{\psi}_0$ が取れれば,

$$\langle (w-z)^{2m} \{h(w) + h(z)\} \rangle = 0 \quad (39)$$

が得られることになる。

そのような ψ_0, ψ_1 の存在は、以下のように保証される。例えば 0 ではない ψ_0, ψ_1 を $\psi_0, \psi_1 \in \mathcal{S}$ (= 急減少関数の族) で

$$\psi_0 \geq 0, \quad \psi_1(0) = 0, \quad \int_{\mathbb{R}} \psi_0(y)\psi_1(y)dy \neq 0 \quad (40)$$

なるものとする。それに対して $\hat{\psi}_0(y) = \psi_0(y) + \psi_1'(y)$ とすると、これらは (16) を満たし、

$$\begin{aligned} \int_{\mathbb{R}} \psi_0(y)dy &> 0, \\ \int_{\mathbb{R}} \hat{\psi}_0(y)dy &= \int_{\mathbb{R}} \psi_0(y)dy + \int_{\mathbb{R}} \psi_1'(y)dy = \int_{\mathbb{R}} \psi_0(y)dy > 0, \\ \int_0^{\infty} \hat{\psi}_0(y)dy &= \int_0^{\infty} \psi_0(y)dy + \int_0^{\infty} \psi_1'(y)dy = \int_0^{\infty} \psi_0(y)dy - \psi_1(0) \\ &= \int_0^{\infty} \psi_0(y)dy \end{aligned}$$

なので $r = \hat{r}$ となり、また

$$\begin{aligned} \left| \vec{\Psi}_0(y) \vec{\Psi}_0(y-t) \right| &= \begin{vmatrix} \psi_0(y) & \psi_0(y-t) \\ \psi_0(y) + \psi_1'(y) & \psi_0(y-t) + \psi_1'(y-t) \end{vmatrix} \\ &= \begin{vmatrix} \psi_0(y) & \psi_0(y-t) \\ \psi_1'(y) & \psi_1'(y-t) \end{vmatrix} = \psi_0(y)\psi_1'(y-t) - \psi_1'(y)\psi_0(y-t) \end{aligned}$$

より、

$$\begin{aligned} I_5 &= \int_{\mathbb{R}} dy \int_0^{\infty} \{\psi_0(y)\psi_1'(y-t) - \psi_1'(y)\psi_0(y-t)\}dt \\ &= \int_{\mathbb{R}} dy \int_{-\infty}^y \psi_0(y)\psi_1'(s)ds - \int_{\mathbb{R}} dy \int_{-\infty}^y \psi_1'(y)\psi_0(s)ds \\ &= \int_{\mathbb{R}} \psi_0(y)\psi_1(y)dy - \int_{\mathbb{R}} ds \int_s^{\infty} \psi_1'(y)\psi_0(s)dy = 2 \int_{\mathbb{R}} \psi_0(y)\psi_1(y)dy \end{aligned}$$

となるので $I_5 \neq 0$ となる。実際に (40) を満たす ψ_0, ψ_1 としては、例えば

$$\psi_0(y) = e^{-y^2}, \quad \psi_1(y) = y^2 e^{-y^2} \quad (41)$$

などがある。

7 Young 測度の決定

前節の (39) から、 $\nu = \delta_{(w_1, z_1)}$ であることを示す。

命題 2 より、 $(w-z)^{2m}\{h(w)+h(z)\}$ は 0 以上で、 $\Sigma(w_1, z_1)$ 上で 0 になるのは $w=z$ か、または $w>z$ で $(w, z) = (w_1, z_1)$ の場合のみである。

よって、(39) より、 ν の台はそこに含まれることになり、台が $\{w=z\}$ に含まれる非負の測度 μ により

$$\nu = c_0 \delta_{(w_1, z_1)} + \mu \quad (42)$$

の形に書けるが、 ν の台は点 (w_1, z_1) を含むから $c_0 > 0$ である.

一方, Tartar 方程式より

$$\langle B_{0,1} \rangle = \langle \eta^{(0)} \rangle \langle \sigma^{(1)} \rangle - \langle \eta^{(1)} \rangle \langle \sigma^{(0)} \rangle$$

が成り立つが, この ν の被積分関数はいずれも $w = z$ で 0 で, よって (42) より,

$$c_0 B_{0,1}(w_1, z_1) = c_0^2 (\eta^{(0)} \sigma^{(1)} - \eta^{(1)} \sigma^{(0)}) \Big|_{(w,z)=(w_1,z_1)} = c_0^2 B_{0,1}(w_1, z_1)$$

となり, $B_{0,1}(w_1, z_1) = \theta(\eta^{(0)})^2(w_1, z_1) > 0$ より $c_0 = c_0^2$ となるので $c_0 = 1$ となる. ν も $\delta_{(w_1, z_1)}$ も全測度 1 なので, よって $\mu = 0$ となり, これで $\nu = \delta_{(w_1, z_1)}$ が得られる.

なお, 本節の議論は標準的な手法^[9]であり, 改良点は特にない.

8 最後に

本稿では, 1次元等エントロピー流に対する補償コンパクト性理論による, Tartar 方程式の解法の後半部分に関する DiPerna^[3], Ding-Chen-Luo^[2] らの方法の改良を, DiPerna^[3] の扱った断熱指数に対して, 5, 6 節で紹介した. (25) を使うこと, および B_n の極限を考える代わりに, $h(a)$ 倍の積分の極限 (37) を考えることがその主な部分である.

この改良によって, DiPerna^[3] の結果よりも良いことが示されたわけではないが, 証明が多少シンプルになり, 証明に使われるエントロピーに対する制約が多少緩められ, $\psi_0, \hat{\psi}_0$ は (16) と (32) の条件, および (34) の I_5 が 0 でないものを取ればよいこと, 例えば (41) のような簡単な関数で構成できることがわかる.

一方この方法を, 一般の $1 < \gamma \leq 5/3$ に対する Ding-Chen-Luo^[2] の結果に適用すると, 彼らの膨大な計算を簡略化できる可能性があるだけでなく, γ に関する条件を $1 < \gamma \leq 2$ か $1 < \gamma < 3$ まで広げられる可能性もある. それについても今後紹介したいと思うが, 存在定理はすでに一般の $\gamma > 1$ に対して示されているので, その改良により特に新しい結果が得られるわけではない. しかし, さらに一般の $P(\rho)$ に結果を拡張する場合にはこのような簡略化の考察が解決につながる可能性はあるし, この分野の学習を多少容易にすることにはなるので, 意味のないことではないと考える.

文献

- [1] G.Q.Chen and P.G.LeFloch: Compressible Euler equations with general pressure law; *Arch.Rat.Mech.Anal* **153**, 221–259, 2000.
- [2] X.X.Ding, G.Q.Chen, and P.Z.Luo: Convergence of the Lax-Friedrichs scheme for isentropic gas dynamics (I)–(III); *Acta Mathematica Scientia* **5**, 415–432, 1985, 433–472, 1985, **6**, 75–120, 1986.
- [3] R.J.DiPerna: Convergence of the viscosity method for isentropic gas dynamics; *Comm.Math.Phys.* **91**, 1–30, 1983.

- [4] P.L.Lions, B.Perthame, and P.E.Souganidis: Existence and stability of entropy scheme for the hyperbolic system of isentropic gas dynamics in Eulerian and Lagrangian coordinates; *Comm.Pure Appl.Math.* **49**, 599–638, 1996.
- [5] P.L.Lions, B.Perthame, and E.Tadmor: Kinetic formulation of the isentropic gas dynamics and p-systems; *Comm.Math.Phys.* **163**, 415–431, 1994.
- [6] Y.G.Lu: “*Hyperbolic conservation laws and the compensated compactness method*”; Chapman & Hall/CRC, 2003.
- [7] T.Makino: Weak solutions to the compressible Euler equation with an asymptotic γ -law; *J.Math.Kyoto Univ.* **41**, 557–592, 2001.
- [8] P.D.Serre: La compacité par compensation pour les systèmes hyperboliques non linéaires de deux équations a une dimension d’espace; *J.Math.Pures Appl.* **75**, 423–468, 1986.
- [9] 竹野茂治: 1次元理想気体に対する補償コンパクト法; 新潟工科大リポジトリ (2010) <http://id.nii.ac.jp/1714/00000900/>
- [10] 竹野茂治: compensated compactness と保存則方程式について; 京都大学数理解析研究所講究録 No.1284 78–104, 2002.

Law and Economics

— on Unfair Activity —

Miki MAEDA*

(Received November 30, 2022)

In this paper, the unfair competition will be analyzed in the original following manner such that not only the productive activity but also the unfair activity will be taken into consideration.

Key words: Law and Economics, Unfair Activity, Price Level, Consumer, Waste Rate of Cost

1. Introduction

From the standpoint of normative resource allocation, fair competition is important in economics. From the standpoint of realism, however, the analysis of the unfair competition which includes unfair activity for interfering rival's production will also be important in law and economics¹.

In this paper, the unfair activity² will be analyzed in the original following manner such that not only the productive activity but also the unfair activity will be taken into consideration. In the next section 2, a simple but originally developed model will be shown. In section 3, comparative static analysis will be made. In the last section 4, concluding remarks will be given.

2. A Simple Model

Notations :

Π : Profit

P : Price level

X : Output level

C : Cost for production. C is an increasing function of X

R : Unfair activity for interfering with rival's production

K : Cost for interfering with rival's production. K is an increasing function of R .

Y : Output level of the rival firm. Y is assumed to be a decreasing function of R . such $Y = M - N(R)$, where $M > 0$ is constant and $dN/dR > 0$.

* Associate Professor, Field of Fundamental Education and Liberal Arts, Department of Engineering

Hence, Π is shown in the following manner.

$$\Pi = PX - C(X) - K(R) \quad (1)$$

To make the analysis simple, the functions will be specified in the following manner.

$P = a - b(X+Y)$, $a > 0$, $b > 0$, where $Y = M - N(R)$, $M > 0$, $N(R) = vR$, $v > 0$, $C(X) = sX^2$, $s > 0$ and $K(R) = tR^2$, $t > 0$.

Hence, (1) is shown in the following manner.

$$\Pi = \{ a - b(X + M - vR) \} X - sX^2 - tR^2 \quad (2)$$

Maximizing Π with respect to X and R yields the following first order conditions.

$$\begin{aligned} \partial \Pi / \partial X &= -2(b+s)X + a - bM + bvR \\ &= 0 \end{aligned} \quad (3)$$

and

$$\begin{aligned} \partial \Pi / \partial R &= bvX - 2tR \\ &= 0 \end{aligned} \quad (4)$$

Second order conditions are assumed to be satisfied.

$$\begin{aligned} -2(b+s) &< 0 \quad \text{and} \\ D = 4(b+s)t - b^2v^2 &> 0 \end{aligned} \quad (5)$$

, where D is the value of the determinant for second order condition.

From (3) and (4) optimal value of X and R are obtained in the following manner.

$$X^* = \{ 2t(a - bM) \} / \{ 4(b+s)t - b^2v^2 \} \quad (6)$$

$$R^* = \{ (a - bM)bv \} / \{ 4(b+s)t - b^2v^2 \} \quad (7)$$

X^* and R^* are assumed to be positive. The denominators of (6) and (7) are positive from (5), then, $a - bM > 0$, which corresponds to the price level realized in the market when X happens to be equal to $N(R)$.

3. The Effects on Price Level and Waste Rate of Cost

For the consumers it is important that they can buy the goods at low price. Therefore, in this section, the effects of the changes in parameters on the price level will be examined.

The following results can be obtained from (6) and (7) straightforwardly.

$$\partial X^* / \partial v > 0 \quad (8)$$

$$\partial R^* / \partial v > 0 \quad (9)$$

From (8) and (9) the following results can be obtained.

The larger the negative effect of the unfair interfering activity on the rival's output level, the larger the output level of the unfair firm. The larger the negative effect of the unfair interfering activity on the rival's output level, the larger the unfair interfering activity.

Therefore from (8), X^* is increased. However, Y^* is decreased as Y^* is the decreasing function of R^* . Hence, the effect on the total output (X^*+Y^*) in the market cannot be obtained from the results of (8) and (9). However, from (6), (7) and $Y^*= M-N(R^*)$, the following result can be obtained straightforwardly.

$$\partial (X^*+Y^*) / \partial v < 0 \quad (10)$$

The larger the negative effect of the unfair interfering activity on the rival's output level, the smaller the total output in the market.

Since the price level P is a decreasing function of the total output in the market, the following result can also be obtained straightforwardly.

$$\partial P^* / \partial v > 0 \quad (11)$$

Therefore the following result with respect to the price level has been derived. The larger the negative effect of the same unfair interfering activity on the rival's output level, the higher the price level. This result is serious since the consumers must face the high price in the market.

Similarly the following results can also be obtained straightforwardly.

$$\partial X^* / \partial t < 0 \quad (12)$$

$$\partial R^* / \partial t < 0 \quad (13)$$

The larger the cost of the same unfair interfering activity, the smaller the unfair interfering activity. The larger the cost of the same unfair interfering activity, the smaller the output level of the unfair firm. Therefore, when the cost of the same unfair interfering activity is raised, not only the unfair interfering activity but also the output level of the unfair firm will be decreased. Therefore from (12) and (13), the effect on the total output in the market can not be obtained straightforwardly, since the increase in t will decrease the output level of the unfair firm. On the other hand, the rival's output level will increase since the rival's output level is the decreasing function of the unfair

interfering activity.

However, from (6), (7) and $Y^* = M - N(R^*)$, the following result can be obtained straightforwardly.

$$\partial (X^* + Y^*) / \partial t > 0 \quad (14)$$

The larger the cost of the same unfair interfering activity, the larger the total output in the market.

Since the price level P is a decreasing function of the total output in the market, the following result can also be obtained straightforwardly.

$$\partial P^* / \partial t < 0 \quad (15)$$

This result of (15) is different from that of (11).

Therefore the following result with respect to the price level can be derived. When the cost of the same unfair interfering activity is raised, the price level will be decreased. This result is interesting since the consumers can buy the product at the lower price in the market.

In the following, the waste rate of cost which is originally defined in this paper will be examined.

The waste rate ρ of cost is defined in the following manner.

$$\rho \equiv K(R) / \{C(X) + K(R)\}, \quad (16)$$

where C is the cost of production, on the other hand K is the cost of the unfair interfering activity.

The cost of the unfair interfering activity can be regarded as the waste of cost.

From (6) and (7),

$$\rho^* \equiv K(R^*) / \{C(X^*) + K(R^*)\}. \quad (17)$$

From (17) the following additional results can be obtained straightforwardly.

$$\partial \rho^* / \partial s < 0 \quad (18)$$

$$\partial \rho^* / \partial t < 0 \quad (19)$$

$$\partial \rho^* / \partial b > 0 \quad (20)$$

$$\partial \rho^* / \partial v > 0 \quad (21)$$

Therefore, the following results have been derived with respect to the waste rate of cost.

From (18) the larger the cost for producing the same amount of the output, the smaller the waste rate of cost. The larger the cost for the same unfair interfering activity, the smaller the waste rate of cost from (19). The larger the slope of the demand curve in the market, the larger the waste rate of cost from (20). From (21) the larger the negative effect of the same unfair interfering activity on the

rival's output level, the larger the waste rate of cost.

4. Concluding Remarks

In this paper the unfair competition is analyzed in the original following manner such that the unfair interfering activity is also taken into consideration in addition to the productive activity. Following results have been derived.

(i) The larger the negative effect of the unfair interfering activity on the rival's output level, the larger the output level of the unfair firm. The larger the negative effect of the unfair interfering activity on the rival's output level, the larger the unfair interfering activity. The larger the negative effect of the unfair interfering activity on the rival's output level, the smaller the total output in the market. The larger the negative effect of the same unfair interfering activity on the rival's output level, the higher the price level. This result is serious since the consumers must face the high price in the market.

(ii) The larger the cost of the same unfair interfering activity, the smaller the unfair interfering activity. The larger the cost of the same unfair interfering activity, the smaller the output level of the unfair firm. The larger the cost of the same unfair interfering activity, the larger the total output in the market. When the cost of the same unfair interfering activity is raised, the price level will be decreased. This result is interesting since the consumers can buy the product at the lower price in the market.

(iii) The larger the cost for producing the same amount of the output, the smaller the waste rate of cost. The larger the cost for the same unfair interfering activity, the smaller the waste rate of cost. The larger the slopes of the demand curve in the market, the larger the waste rate of cost. The larger the negative effect of the same unfair interfering activity on the rival's output level, the larger the waste rate of cost.

From the realistic standpoint of law and economics, the analysis of unfair competition which includes unfair activity interfering the rival's production will also be important. As is denoted above, increasing the cost of the same unfair interfering activity will lower the price level. Then, at the lower price the consumers can buy the product in the market. Hence, keeping the unfair interfering activity under the strict watch system will be important in order to make the unfair interfering activity expensive.

Notes

- 1 See Maeda (2020), (2021 a), (2021 b) and (2022), Watanabe and Maeda (2013 a), (2013 b), (2013 c) and (2014) for Law and Economics.
- 2 See Watanabe (1986), (1987), (1988) and (1989) with respect to another unfair activity; tax evasion.

References

- (1) M. Maeda, “ Law and Economics of Business Transactions — on FOB and Marine Accidents —” *Bulletin of Niigata Institute of Technology*, 2020.
- (2) —————, “Law and Economics in life” *color of wind* No.14, 2021 a.
- (3) —————, “Law and Economics — on Article 14 of the Constitution of Japan —” *Bulletin of Niigata Institute of Technology*, 2021 b.
- (4) —————, “Law and Economics — on Article 26 of the Constitution of Japan —” *Bulletin of Niigata Institute of Technology*, 2022.
- (5) S.Watanabe and Maeda M. “A Note on Law and Economics — Cost plus Fee Contract and Generalized Efficiency Wages” *Economic Studies* Vol.58 No.4 March 2013 a.
- (6) —————, “An Economic Approach to Law” *Economic Studies* Vol.59 No.1 June 2013 b.
- (7) —————, “On Law and Economics ” *Journal of Economics, Business and Law*, Dec. 2013 c.
- (8) —————, “A Note on Law and Economics — Wage Rate Leadership, Price Leadership, Quality Leadership and Unemployment in the Absence of Efficiency Wages—” *Economic Studies* Vol.59 No.2,3,4 March 2014.
- (9) S. Watanabe, “Income Tax Evasion : A theoretical Analysis “, *Public Choice Studies* No 8, 1986.
- (10) —————, “Tax Evasion and Asymmetric Laffer Curve“, *Public Choice Studies* No10.,1987.
- (11) —————, “On Tax Evasion and Monopoly ”, *Economic Science*, Nagoya University, Vol.35. No.4, 1988.
- (12) —————, “A Note on taxation & Understated Monopoly Profit” *Public Choice Studies* No 14.1989.

完備な Busemann 空間の一様凸性

富澤 佑季乃*

(令和 4 年 11 月 30 日受理)

Uniform convexity of complete Busemann spaces

Yukino TOMIZAWA*

Normed linear spaces play an important role in pure and applied mathematics. In particular, Banach spaces are useful tools for problem-solving in computational science. Mathematicians have showed the geometric structure of Banach spaces since the introduction of uniform convexity by J. A. Clarkson. B. Beauzamy presented a characterization of uniform convexity of Banach spaces. This result was an important property to elucidate the geometric structure of Banach spaces. It contributed to solve various optimization problems.

On the other hand, H. Busemann constructed a theory of non-positive curvature of metric spaces. Using this theory, B. H. Bowditch introduced non-positive curvature spaces called Busemann spaces. Busemann spaces are more general than strictly convex Banach spaces. In recent years, Busemann spaces have attracted attention for their use in computational science. Against this background, the study of the geometric structure of Busemann spaces is valuable of pure and applied mathematics.

In this paper, I discuss uniform convexity of complete Busemann spaces. As a main result, I prove a characterization of uniform convexity of Busemann spaces. This is a generalization of the characterization of uniform convexity of Banach spaces given by Beauzamy.

Key words: Busemann space, uniformly convex, convex combination

1 概要

Busemann 空間はノルム線型空間より一般化された空間であり、その特性や計算科学への応用が注目されている。本研究の目的は、Busemann 空間がもつ幾何学的構造の解明で

* 工学科 (基礎教育・教養系) 講師

Lecturer, Field of Fundamental Education and Liberal Arts, Department of Engineering

ある。本稿では、完備な Busemann 空間の一様凸性に関する特徴付けを報告する。

2 導入

距離空間の一種であるノルム線型空間は、純粋数学や応用数学の様々な分野で重要な役割を果たしてきた。特に代表される Banach 空間は、計算科学において有用な道具として用いられている。Banach 空間の幾何学的構造は J. A. Clarkson [6] による一様凸性の導入を発端として明らかにされてきた。Banach 空間の幾何学的性質である凸性を議論する上では、複数の点による凸結合が重要な要素である。B. Beauzamy [3] は 3 点による凸結合を用いて Banach 空間の一様凸性に関する特徴付けを示した。この結果 (後に記述する補題 5.1 と定理 5.2) は、Banach 空間の幾何学的構造を解明する重要な特性であった。これにより明らかになった Banach 空間の性質が、最適化問題を解く手法などに応用されていた。

一方、H. Busemann [5] は距離関数における凸性の基本的特徴に基づいて、距離空間の非正曲率の理論を構築した。この理論を用いて、B. H. Bowditch [4] は非正曲率空間の Busemann 空間を導入した。Busemann 空間は (厳密には狭義凸な) Banach 空間よりも一般的な距離空間であり、近年では計算科学などでその利用手法が注目されている。このような背景から、Busemann 空間の幾何学的構造を解明することは、純粋のみならず応用数学の発展に繋がる研究として価値がある。

本稿では完備な Busemann 空間の一様凸性について議論する。特に主結果として、一様凸性に関する特徴付けを報告する。これは Beauzamy により示された Banach 空間の一様凸性に関する特性を Busemann 空間へ一般化したものである。

3 Busemann 空間

以下、実数全体を \mathbf{R} で表す。 (X, d) を距離空間 (metric space), $[0, l] \subset \mathbf{R}$ を実数の区間とする。連続写像 $\gamma : [0, l] \rightarrow X$ が測地線 (geodesic path) であるとは、 $d(\gamma(t_1), \gamma(t_2)) = |t_1 - t_2|$ がすべての $t_1, t_2 \in [0, l]$ に対して成り立つことである。 X が一意な測地距離空間 (uniquely geodesic space) であるとは、すべての二点 $x, y \in X$ が一意な測地線で結ばれていることをいう。 $x, y \in X$ を端とする測地線を $[x, y]$ で表す。

点 $z \in [x, y]$ と $t \in [0, 1]$ に対して $d(x, z) = td(x, y)$, $d(z, y) = (1 - t)d(x, y)$ であるとき、 $z = (1 - t)x \oplus ty$ で表す。これを二点 $x, y \in X$ の凸結合 (convex combination) という。一般的に、測地距離空間の三点以上の凸結合は結合する順序に依存する。すなわち、三

点 $x, y, z \in X$ と $\sum_{i=1}^3 \alpha_i = 1$ となる $\{\alpha_i\}_{i=1}^3 \subset [0, 1]$ に対する凸結合

$$\alpha_1 x \oplus (1 - \alpha_1) \left(\frac{\alpha_2}{1 - \alpha_1} y \oplus \frac{\alpha_3}{1 - \alpha_1} z \right), \quad \alpha_2 y \oplus (1 - \alpha_2) \left(\frac{\alpha_1}{1 - \alpha_2} x \oplus \frac{\alpha_3}{1 - \alpha_2} z \right)$$

は同じ点であるとは限らない.

一意な測地距離空間 X が **Busemann 空間** (*Busemann space*) であるとは, 任意の二つの測地線 $\gamma_1 : [0, l_1] \rightarrow X$ と $\gamma_2 : [0, l_2] \rightarrow X$ に対して $(t_1, t_2) \mapsto d(\gamma_1(t_1), \gamma_2(t_2))$ で定義される写像 $[0, l_1] \times [0, l_2] \rightarrow \mathbf{R}$ が凸になることをいう [4, p. 576, Def.]. Busemann 空間 X は次を満たす:

(1)[2, p. 4, Prop. 1.1.5] すべての $x, y, z \in X$ と $t \in [0, 1]$ に対して

$$d(z, (1 - t)x \oplus ty) \leq (1 - t)d(z, x) + td(z, y). \quad (1)$$

(2)[9, p. 40, Def. 6.5] すべての $x, y \in X$ と $t, s \in [0, 1]$ に対して

$$d((1 - t)x \oplus ty, (1 - s)x \oplus sy) = |t - s|d(x, y). \quad (2)$$

Busemann 空間の具体例としては Euclid 空間, 狭義凸ノルム線形空間 (よって狭義凸 Banach 空間も), 双曲空間, \mathbf{R} -trees などがある [2].

4 測地距離空間で一様凸性

測地距離空間 (X, d) 内の二点 $x, y \in X$ に対して, 点 $m \in [x, y]$ が x と y の中点 (*midpoint*) であるとは, $d(x, y) = 2d(x, m) = 2d(m, y)$ を満たすことをいい, $m = \frac{x}{2} \oplus \frac{y}{2}$ で表される. 完備な距離空間 X において X が測地距離空間であることとすべての X 内の二点間に中点が存在することは同値である [2, p. 2, Prop. 1.1.3].

一意な測地距離空間 (X, d) が一様凸 (*uniformly convex*) であるとは, 任意の $r > 0$ と $\epsilon \in (0, 2]$ に対して $\delta \in (0, 1]$ が存在して, $d(a, x) \leq r, d(a, y) \leq r$ かつ $d(x, y) \geq \epsilon r$ を満たす $a, x, y \in X$ に対して

$$d\left(a, \frac{1}{2}x \oplus \frac{1}{2}y\right) \leq (1 - \delta)r$$

が成り立つことをいう [7, p. 3, Def. 2.3]. このとき $r > 0$ と $\epsilon \in (0, 2]$ に対して, 次で定まる写像 $\delta(r, \epsilon) : (0, \infty) \times (0, 2] \rightarrow (0, 1]$ を *modulus of convexity* という:

$$\delta(r, \epsilon) := \inf \left\{ 1 - \frac{1}{r} d\left(a, \frac{1}{2}x \oplus \frac{1}{2}y\right) : d(a, x) \leq r, d(a, y) \leq r, d(x, y) \geq \epsilon r \right\}.$$

Busemann 空間において modulus of convexity が次を満たすことは, その定義から示すことができる:

補題 4.1. *Busemann 空間 (X, d) が一様凸のとき, $r > 0$ を固定した modulus of convexity は実関数 $\delta(r, \epsilon) : (0, 2] \rightarrow (0, 1]$ として非減少である.*

Proof. $0 < \epsilon_1 \leq \epsilon_2 \leq 2$ とする. modulus of convexity の定義より, $d(a, x) = d(a, y) = r$, $d(x, y) = \epsilon_2 r$ のとき, $d((1/2)x \oplus (1/2)y, a) = (1 - \delta(r, \epsilon_2))r$ を得る. ここで $t = (\epsilon_2 - \epsilon_1)/2\epsilon_2$, $p = (1 - t)x \oplus ty$, $q = tx \oplus (1 - t)y$ とおく. 式 (1) より, $d(a, p) \leq r$, $d(a, q) \leq r$ を得る. また式 (2) より, $d(p, q) = \epsilon_1 r$ を得る. したがって X の一様凸性より, $d((1/2)p \oplus (1/2)q, a) \leq (1 - \delta(r, \epsilon_1))r$ となる. ゆえに

$$\delta(r, \epsilon_1) \leq 1 - \frac{1}{r}d\left(\frac{p}{2} \oplus \frac{q}{2}, a\right) = 1 - \frac{1}{r}d\left(\frac{x}{2} \oplus \frac{y}{2}, a\right) = \delta(r, \epsilon_2).$$

□

一様凸な Busemann 空間については非拡大写像の不動点の存在などが研究されており, 近年は最適化問題への応用なども考えられている [1]. 一方 Banach 空間は, その幾何学的性質と非拡大写像の不動点の関連性が研究されており [8], その結果は最適化問題に関係している. このような背景から, 狭義凸 Banach 空間の一般化である Busemann 空間の幾何学的性質を明らかにすることは, Busemann 空間における非拡大写像の不動点の性質の解明, 更には最適化問題への応用に繋がると期待できる. このような目的の下, 本稿では完備な Busemann 空間の一様凸性に関する特徴付けを示す.

5 主結果

まず, 既存の結果である Banach 空間の一様凸性に関する特徴付けについて確認する. Banach 空間 $(E, \|\cdot\|)$ が一様凸であるとは, 各 $\epsilon \in (0, 2]$ に対して $\delta(\epsilon) > 0$ が存在して, $\|x\| = \|y\| = 1$ かつ $\|x - y\| \geq \epsilon$ を満たす $x, y \in E$ に対して $\|x + y\|/2 \leq 1 - \delta(\epsilon)$ が成り立つことをいう. 一様凸 Banach 空間において, 次が成り立つ.

補題 5.1. [3, p. 191, Lem. 2] $(E, \|\cdot\|)$ を一様凸 Banach 空間として, $x, y \in E$ が $\|x\| = \|y\| = 1$ かつ $x \neq y$ を満たすとする. $\epsilon := \|x - y\|$ とおく. このときすべての $t \in [0, 1]$ に対して次が成り立つ:

$$\left\| \frac{x + ty}{2} \right\| \leq \frac{1 + t}{2} - t\delta(\epsilon).$$

補題 5.1 を用いることで, Banach 空間の一様凸性に関する特徴付けが可能である.

定理 5.2. [3, p. 190, Prop. 1] $(E, \|\cdot\|)$ を Banach 空間とする. E が一様凸であることと次は同値: すべての $\epsilon \in (0, 2]$ に対して $\eta(\epsilon) > 0$ が存在して, $x, y \in E$ に対して $\|x\| \leq 1, \|y\| \leq 1$ かつ $\|x - y\| \geq \epsilon$ ならば次を満たす:

$$\left\| \frac{x+y}{2} \right\|^2 \leq (1 - \eta(\epsilon)) \left(\frac{\|x\|^2 + \|y\|^2}{2} \right).$$

この性質に対して, 完備な一様凸 Busemann 空間における一般化を考える. Banach 空間のベクトル $(x+ty)/2$ に対応する Busemann 空間上の点は $x_3/2 \oplus ((1-t)x_1 \oplus tx_2)/2$ で表せるが, 距離に線形性がないため, この凸結合では補題 5.1 と同等の議論を行うことができない. したがって, $(x+ty)/2$ に相当する別の凸結合

$$\frac{1-t}{2}x_1 \oplus \frac{1+t}{2} \left(\frac{t}{1+t}x_2 \oplus \frac{1}{1+t}x_3 \right)$$

を用いて議論を行う必要がある. 補題 5.1 は次の様に一般化される.

補題 5.3. [11, p. 157, Thm. 3.2] (X, d) を完備な一様凸 Busemann 空間として, $x_1, x_2, x_3 \in X$ と $\epsilon \in (0, 2]$ が $d(x_1, x_2) = d(x_1, x_3) = r > 0$ かつ $d(x_2, x_3) = \epsilon r$ を満たすとする. このときすべての $t \in [0, 1]$ に対して次が成り立つ:

$$d \left(x_1, \frac{1-t}{2}x_1 \oplus \frac{1+t}{2} \left(\frac{t}{1+t}x_2 \oplus \frac{1}{1+t}x_3 \right) \right) \leq r \left(\frac{1+t}{2} - t\delta(r, \epsilon) \right).$$

また, 定理 5.2 の一般化である, 完備な Busemann 空間の一様凸性に関する特徴付けは, 下記の定理 5.4 で与えられる. 十分性は式 (3) に $t = 1$ を代入すれば明らか. 必要性は補題 5.3 を用いることで示される.

定理 5.4. (X, d) を完備な Busemann 空間とする. X が一様凸であることと次は同値: すべての $\epsilon \in (0, 2]$ に対して $\eta(\epsilon) > 0$ が存在して, $t \in [0, 1]$ と異なる三点 $x_1, x_2, x_3 \in X$ に対して $d(x_1, x_2) = d(x_1, x_3) = r$ かつ $d(x_2, x_3) = \epsilon r$ ならば次を満たす:

$$\begin{aligned} & d \left(x_1, \frac{1-t}{2}x_1 \oplus \frac{1+t}{2} \left(\frac{t}{1+t}x_2 \oplus \frac{1}{1+t}x_3 \right) \right)^2 \\ & \leq (1 - \eta(\epsilon)) \frac{d(x_1, x_3)^2 + d(x_1, (1-t)x_1 \oplus tx_2)^2}{2}. \end{aligned} \quad (3)$$

Proof. 初めに十分性を示す. 式 (3) に $t = 1$ を代入すると,

$$d\left(x_1, \frac{1}{2}x_2 \oplus \frac{1}{2}x_3\right) \leq r\sqrt{1 - \eta(\epsilon)}.$$

したがって, X は $\delta(r, \epsilon) = 1 - \sqrt{1 - \eta(\epsilon)}$ を有する一様凸である.

次に必要性を示す. 補題 5.3 より

$$\begin{aligned} \frac{d\left(x_1, \frac{1-t}{2}x_1 \oplus \frac{1+t}{2}\left(\frac{t}{1+t}x_2 \oplus \frac{1}{1+t}x_3\right)\right)^2}{\frac{1}{2}(d(x_1, x_3)^2 + d(x_1, (1-t)x_1 \oplus tx_2)^2)} &\leq \frac{r^2\left(\frac{1+t}{2} - t\delta(r, \epsilon)\right)^2}{\frac{1}{2}\left(r^2 + (td(x_1, x_2))^2\right)} \\ &\leq \frac{\left(\frac{1+t}{2} - t\delta(r, \epsilon)\right)^2}{\frac{1}{2}(1+t^2)} =: \varphi(t). \end{aligned}$$

また任意の $t \in [0, 1]$ に対して $\epsilon_t := d(x_3, (1-t)x_1 \oplus tx_2)/r$ とおく. ϵ_t は ϵ に依存する値であり, $\epsilon_t > 0$ かつ

$$\max \epsilon_t = \begin{cases} \epsilon & (1 \leq \epsilon) \\ 1 & (\epsilon < 1) \end{cases}$$

であることに注意. ここで ϵ の場合分けを行う.

($\epsilon \leq \epsilon_t/2$ の場合) 三角不等式より,

$$\begin{aligned} (1-t)r &= d(x_2, (1-t)x_1 \oplus tx_2) \geq d(x_3, (1-t)x_1 \oplus tx_2) - d(x_2, x_3) \\ &\geq r\left(\epsilon_t - \frac{\epsilon_t}{2}\right) = \frac{\epsilon_t r}{2}. \end{aligned}$$

よって $t \leq 1 - \epsilon_t/2$ である. ここで

$$\varphi(t) \leq \frac{\left(\frac{1+t}{2}\right)^2}{\frac{1}{2}(1+t^2)} =: \hat{\varphi}(t)$$

であり実関数 $\hat{\varphi}(t)$ は $t \in [0, 1]$ に対して狭義単調増加 [3, p. 193, Lem. 3] なので,

$$\varphi(t) \leq \hat{\varphi}\left(1 - \frac{\epsilon_t}{2}\right) = \frac{\left(1 - \frac{\epsilon_t}{4}\right)^2}{\frac{1}{2}\left(1 + \left(1 - \frac{\epsilon_t}{2}\right)^2\right)}.$$

実関数 $2(1 - u/4)^2/(1 + (1 - u/2)^2)$ は $u = 0$ で最大値 1 をとり, $u \in [0, 4]$ に対して狭義単調減少なので, 上記の不等式の右辺は 1 未満である. ゆえに

$$1 - \varphi(t) \geq 1 - \frac{\left(1 - \frac{\epsilon_t}{4}\right)^2}{\frac{1}{2}\left(1 + \left(1 - \frac{\epsilon_t}{2}\right)^2\right)} = \frac{\epsilon_t^2}{2(\epsilon_t^2 - 4\epsilon_t + 8)} > 0.$$

($\epsilon > \epsilon_t/2$ の場合) 補題 4.1 より $\delta(r, \epsilon) \geq \delta(r, \epsilon_t/2)$. よって

$$\varphi(t) \leq \frac{\left(\frac{1+t}{2} - t\delta(r, \epsilon_t/2)\right)^2}{\frac{1}{2}(1+t^2)} =: \psi(t).$$

実関数 $\psi(t)$ の最大値は $t = 1 - 2\delta(r, \epsilon_t/2)$ のとき

$$\psi(1 - 2\delta(r, \epsilon_t/2)) = 2(\delta(r, \epsilon_t/2) - 1)\delta(r, \epsilon_t/2) + 1 \quad (4)$$

であり, modulus of convexity $\delta(r, \epsilon)$ の定義よりこれは 1 未満である. ゆえに

$$1 - \varphi(t) \geq 1 - \psi(t) \geq 2(1 - \delta(r, \epsilon_t/2))\delta(r, \epsilon_t/2) > 0.$$

以上より,

$$0 < \eta(\epsilon) \leq \min \left\{ \frac{\epsilon_t^2}{2(\epsilon_t^2 - 4\epsilon_t + 8)}, 2(1 - \delta(r, \epsilon_t/2))\delta(r, \epsilon_t/2) \right\}$$

となる $\eta(\epsilon)$ を取れば, 次の式を得られる:

$$\begin{aligned} & d\left(x_1, \frac{1-t}{2}x_1 \oplus \frac{1+t}{2}\left(\frac{t}{1+t}x_2 \oplus \frac{1}{1+t}x_3\right)\right)^2 \\ & \leq (1 - \eta(\epsilon)) \frac{d(x_1, x_3)^2 + d(x_1, (1-t)x_1 \oplus tx_2)^2}{2}. \end{aligned}$$

□

6 謝辞

本研究は, 日本学術振興会 科学研究費助成事業 学術研究助成基金助成金 若手研究「非線形距離空間の幾何学的特徴付け」(令和 2~5 年度): JSPS 科研費 JP20K14333 の助成を受けたものである.

参考文献

- [1] Ariza-Ruiz D., Leuştean L., and López-Acedo G., *Firmly nonexpansive mappings in classes of geodesic spaces*, Transactions of the American Mathematical Society **366**(8) (2014): 4299–4322.
- [2] Bačák M., *Convex Analysis and Optimization in Hadamard Spaces*. Vol. 22. In: Nonlinear Analysis and Applications, De Gruyter, 2014.

- [3] Beauzamy B., Introduction to Banach Spaces and their Geometry. Vol. 68. Elsevier, 2011.
- [4] Bowditch B. H., *Minkowskian Subspaces of Non-Positively Curved Metric Spaces*, Bulletin of the London Mathematical Society **27(6)** (1995): 575–584.
- [5] Busemann H., *Spaces with non-positive curvature*, Acta Mathematica **80(1)** (1948): 259–310.
- [6] Clarkson J.A., *Uniformly convex spaces*, Transactions of the American Mathematical Society **40** (1936): 396–414.
- [7] Espínola R., Fernández-León A., and Piątek B., *Fixed points of single- and set-valued mappings in uniformly convex metric spaces with no metric convexity*, Fixed Point Theory and Applications (2010): Article ID 169837, 1–16.
- [8] Kato M., Maligranda L., and Takahashi Y., *On James and Jordan-von Neumann constants and the normal structure coefficient of Banach spaces*, Studia Mathematica **144(3)** (2001): 275–295.
- [9] Kirk W. and Shahzad N., Fixed Point Theory in Distance Spaces. Cham, Switzerland: Springer International Publishing, 2014.
- [10] Papadopoulos A., Metric Spaces, Convexity and Nonpositive Curvature. IRMA Lectures in Mathematics and Theoretical Physics 6, European Mathematical Society, 2005.
- [11] Tomizawa Y., *Distances between convex combinations in Hadamard spaces*, Linear and Nonlinear Analysis **6(1)** (2020): 153–166.

産学金連携による新たなお菓子の開発

-アヤコラボ：柏崎コフレの取り組み-

倉知 徹^{*}，黒木 宏一^{*}，佐藤 宗幸^{**}

(令和 4 年 11 月 30 日受理)

Development of new sweets through Industry-Academia-Finance collaboration
-In the case of AYA-COLLABO: Development of Kashiwazaki Coffret-

Tohru KURACHI^{*}，Hirokazu KUROGI^{*}，Muneyuki SATOH^{**}

AYA-COLLABO is an Industry-Academia-Finance collaboration that began with the desire of the confectionery store Ayakomaihonpo-Takahashi to create new Kashiwazaki-style sweets together with Niigata Institute of Technology students. Ayakomaihonpo-Takahashi, Taiko Bank, and Niigata Institute of Technology started as a three-party collaboration, and then Kashiwazaki Municipal Shindo Elementary School also joined along the way, developing into a four-party collaboration. "AYA-COLLABO" means "collaboration with Ayakomaihonpo-Takahashi". AYA-COLLABO has been working on it for about two years and has developed "Kashiwazaki Coffret" as "a new Kashiwazaki sweet."

The purpose of this report is to record the progress of AYA-COLLABO and to summarize the results obtained.

Five results obtained are as follows.

- 1) It was a first practice based on "design thinking" that worked on groupwork by students at Niigata Institute of Technology.
- 2) The students were able to gain a lot of skills and experience by designing cookies and making cookie cutters.
- 3) In addition to the initial three parties, Shindo Elementary School also participated in the collaboration, and we were able to develop a new product through a collaborative system of many stakeholders.
- 4) On the making of package design, it was an opportunity to learn concretely about the differences between students and professionals, and to learn about the work of professionals.
- 5) We were able to develop a product for general sale with the participation of the university.

Key words: AYA-COLLABO, Industry-Academia-Finance Collaboration, Design Thinking, Assorted Cookies, Kashiwazaki Coffret

* 工学科(建築都市学系)准教授

Associate Professor, Field of Architecture and Urban Engineering, Department of Engineering

** キャリア・産学交流推進課課長

Manager, Section of Career, Industry – University Collaboration

1. はじめに

1.1 アヤコラボとは

アヤコラボとは、柏崎市内の菓子店「綾子舞本舗タカハシ」の「柏崎らしい新たなお菓子を、新潟工科大学の学生とともに作りたい」という思いから始まった産学金連携の取り組みである。最初に、綾子舞本舗タカハシが大光銀行に相談し、その後新潟工科大学へ依頼し、産学金の三者連携で開始された。その後途中で、柏崎市立新道小学校も参加し、四者の連携へ発展した。「アヤコラボ」とは、「綾子舞本舗タカハシとのコラボレーション」という意味合いで本学教員が名づけたものである。最終的には、Fig. 1のクッキー詰め合わせ「柏崎コフレ」が完成し、一般販売されるようになった。

本報告は、約2年間にわたって取り組まれたアヤコラボの経過を記録し、得られた成果をまとめることを目的とする。



Fig. 1 完成したクッキー詰め合わせ「柏崎コフレ」

1.2 取り組みスケジュール

最初は、2020年8月19日に新潟工科大学と大光銀行の打ち合わせから始まった。それに先立ち、綾子舞本舗タカハシから大光銀行へ、新潟工科大学への依頼の可否についての検討があった。9月10日に綾子舞本舗タカハシと大光銀行、新潟工科大学の三者が揃う最初の打ち合わせが行われた。そこで、綾子舞本舗タカハシの思いの紹介と取り組みの可否の検討が行われ、産学金連携での取り組みを始めることとした。

その後、約2年間にわたる取り組みとなった。そのプロセスを大きく5つの段階に分けてTable 1に示す。

ステップ0は、上記の三者連携ができるまでの準備期間である。

ステップ1は、新潟工科大学3年生37名に参加してもらい、「工学ゼミVI」の中の1つの課題として「デザイン思考^注」を取り入れ、お菓子のテーマを幅広く検討する課題に取り組んだ期間である。

^注 「デザイン思考」とは、アメリカのシリコンバレーのIT企業を中心に活用されている思考方法で、課題の探究や課題の発見、イノベーションを起こすツールとされている。

ステップ2は、ステップ1の成果をうけ、新しいお菓子を「クッキー詰め合わせ」と決定し、その具体的なデザインを検討する期間である。この中で新道小学校（4年生児童）との連携も決まった。

ステップ3は、決定したクッキーのデザインをもとに、クッキーの抜き型を3Dプリンタで試作する期間と、新潟工科大学学生で商品のパッケージデザインを検討する期間である。1年生の「デジタルコンテンツ」の課題の1つとして取り組んだが、アヤコラボのイメージを表現できる成果を得られたなかった。

ステップ4は、パッケージデザインを外部のデザイナーに委託することとし、パッケージデザインの検討と合わせて、クッキーの抜き型の最終調整をする期間である。

Table 1 アヤコラボの取り組みスケジュール

	日程	取り組み項目	内容	段階	
2020年	8月19日	新潟工科大学と大光銀行打ち合わせ		ステップ0	
	9月10日	三者打ち合わせ	三者連携で取り組むことを決定		
	10月14日	三者打ち合わせ	全体スケジュールの検討と確認		
	11月4日	ステップ1-01 工学ゼミ VI 課題開始	7研究室の合同で実施	ステップ1	
	11月18日	ステップ1-02 工学ゼミ VI	7グループに分かれ、グループワークでテーマを検討した		
	12月2日	ステップ1-03 工学ゼミ VI			
	12月16日	ステップ1-04 工学ゼミ VI 発表会			
2021年	1月13日	三者打ち合わせ		ステップ2	
	3月25日	試食会打ち合わせ			
	3月30日	試食会	7種類のお菓子の試食		
	4月21日	三者打ち合わせ	今後の進め方を確認		
	4月28日	学生説明会	ステップ2に取り組む学生の募集		
	6月24日	ステップ2-01 開始	4年生4名で開始		
	8月4日	ステップ2-02	クッキーの具体的デザインや、3Dプリンタによる抜き型作成方法を検討した		
	8月10日	ステップ2-03			
	8月25日	ステップ2-04			
	9月1日	ステップ2-05			
	9月9日	ステップ2-06			
	9月29日	工科大×新道小学校コラボWS	大学生と小学生が考えたクッキーデザインを集め、テーマを見出すWS開催		
	10月22日	四者打ち合わせ			ステップ3
	11月10日	「デジタルコンテンツ」II クラス課題開始	柏崎の花火をイメージするパッケージデザイン作成を出題		
11月25日	制作した抜き型でのクッキーの試し焼き	52作品が提出された			
11月30日	「デジタルコンテンツ」II クラス課題提出				
2022年	12月10日	四者打ち合わせ		ステップ4	
	12月15日	学生打ち合わせ			
	12月23日	「デジタルコンテンツ」I クラス課題開始	柏崎の自然・動物・えちゴン・綾子舞をイメージするパッケージデザイン作成を出題		
	1月19日	「デジタルコンテンツ」I クラス課題提出	69作品が提出された		
	1月20日	四者打ち合わせ	学生の提出物を確認し、パッケージデザイン制作の方針決定		
	2月3日	デザイナーとオンライン打ち合わせ	デザイナーを交えてパッケージデザイン等の方向性を検討		
	2月16日	クッキー詰め合わせ確認打ち合わせ			
	3月18日	新潟工科大学卒業式で記念品として贈呈	クッキー詰め合わせを卒業記念品として贈呈		
	3月18日	新道小学校児童へ経過報告			
	5月31日	デザイナーとオンライン打ち合わせ	パッケージデザイン決定		
	6月27日	新潟工科大参加学生へパッケージ案公表と決定	デザイナーが検討した3案を学生に公表し、採用案を決定		
	7月23日	マスコミ向け新商品発表会			ステップ5
	7月26日	柏崎花火大会会場での先行販売会			
7月30日	一般販売開始	ハコニワの「あやこや」での限定販売			

ステップ5は、完成したクッキー詰め合わせの広報と一般販売の期間である。次章以降、ステップ毎の取り組み内容を記す。

2. ステップ1：新たなお菓子のテーマの検討と試食会

2.1 新たなお菓子のテーマの検討

ステップ1は、お菓子のテーマを幅広く検討した期間である。

お菓子のテーマを幅広く検討するために、人間中心で顧客の本質的なニーズや課題を見つけ出す「デザイン思考」を取り入れることとした。当時学内でデザイン思考への関心が高まっており、教育課程への導入が検討されていたが、どのように授業に取り込んでいくのか不明な点が多かった。そこで、実験的にアヤコロボで学生への課題にデザイン思考を取り組み、進め方や成果物を確認することとした。

授業は3年生後期の「工学ゼミ VI」とし、7つの研究室への配属が決まった合計37名に参加してもらい、異なる研究室混在の7グループに分かれ、「柏崎らしい新たなお菓子」のテーマを検討することとした。



Fig. 2 ステップ1の初回で用いた授業スライド

課題に取り組む初回（ステップ1-01）で、「デザイン思考とはどのようなものか」の説明をし、「これまで食べた美味しかったお菓子の思い出で、『どのようなお菓子を（なに

を)』, 『どういう時に(どう)』, 『なぜ美味しかったのか(なぜ)』を考える」課題に取り組んでもらった。また、次回までに家族や友人に同様の質問をして「思い出に残るお菓子の『共感』」を集める宿題も出した。

2回目(ステップ1-02)では、多く集めた「共感」から、新しいお菓子を考える際の「問題の定義」を書き出し、次に5つの「アイデアの創造」をし、そのアイデアをもとにした「プロトタイプ」の制作に挑戦した(Fig. 3)。そして、次回までにプロトタイプを使った「フィードバック」を様々な人から集めてくることを宿題とした。



Fig. 3 ステップ1-02の様子

3回目(ステップ1-03)では、多く集めた「フィードバック」から、「柏崎の〇〇」となるアイデアを見つけることから始めた。そのアイデアについて「どのような人が」

Table 2 7つのグループの提案内容と発表方法

<p>1班</p>	<p>2班</p>	<p>3班</p>
<p>提案：柏崎市×観光×おせんべい 発表方法：動画</p>	<p>提案：黒姫人参カップケーキ 発表方法：動画</p>	<p>提案：越後バナナ・チョコパイ 発表方法：スライド</p>
<p>4班</p>	<p>5班</p>	<p>6班</p>
<p>提案：柏崎シンボルのプリント饅頭 発表方法：スライド</p>	<p>提案：柏崎日本酒の生チョコ 発表方法：動画</p>	<p>提案：柏崎の野菜・フルーツのドライフルーツを使ったシフォンケーキ 発表方法：動画</p>
<p>7班</p> <p>提案：セルフデコレーション えちごんケーキ 発表方法：スライド</p>		






「どんな時に」「食べるのか」を検討し、さらにそのアイデアの「作り方」「売り方」「値段」も検討した。最後に、次回の4回目で発表できるように、発表方法やシナリオ、役割分担を検討した。なお、発表方法はパワーポイントにこだわらず、動画作成や寸劇など、魅力を伝えるためのすべての方法を検討してもらった。

4回目(ステップ1-04)では、3回目で決めたアイデアの発表会を開催した。7つのグループが提案するお菓子、発表方法をTable 2に示す。各班とも、非常に趣向を凝らした発表をした。中にはお菓子の試作をした上で発表に盛り込んだグループもあり(2班,3班)、普段の授業では見ることの少ない積極性を見ることもできた。

2.2 綾子舞本舗タカハシによる試作と試食会

学生37名7グループによる「新たな柏崎らしいお菓子」の提案を受けて、綾子舞本舗タ

Table 3 7つのグループの提案内容を元にした試食用試作品

1班	2班	3班
		
<p>提案：柏崎市×観光×おせんべい 試作品：観光名所のプリントクッキー</p>	<p>提案：黒姫人参カップケーキ 試作品：カップケーキ</p>	<p>提案：越後バナナ・チョコパイ 試作品：バナナチョコパイ</p>
4班	5班	6班
		
<p>提案：柏崎シンボルのプリント饅頭 試作品：柏崎シンボルのプリント饅頭</p>	<p>提案：柏崎日本酒の生チョコ 試作品：生チョコ</p>	<p>提案：柏崎の野菜・フルーツのドライフルーツを使ったシフォンケーキ 試作品：米粉入りのシフォンケーキ</p>
7班		
<p>提案：セルフデコレーション えちгонケーキ 試作品：セルフデコレーション えちгонケーキ</p>		

カハシでは提案に基づく試作をし，参加学生等の試食会を開催することとした．学生の提案の通りに作ることが難しいものもあり，綾子舞本舗タカハシで若干の変更をし，7種類の試食用お菓子を制作した（Table 3）．2021年3月30日に新潟工科大学内で開催し，前項の工学ゼミ VI で参加した3年生の他，本学学生，教職員，アヤコラボ関係者等63名が参加した（Fig. 4）．試食後には，アンケートに回答してもらった．アンケート結果をFig. 5に示す．アンケートでは「味」「見た目」「柏崎らしさ」「テンション上がり度」について5段階評価で評価してもらった．結果では，総合的には⑦セルフデコレーションえちゴんケーキの評価が高くなったが，アヤコラボの趣旨である「柏崎らしさ」では①柏崎×観光×おせんべい（クッキー）が最も高い評価となった．



Fig. 4 試食会の様子

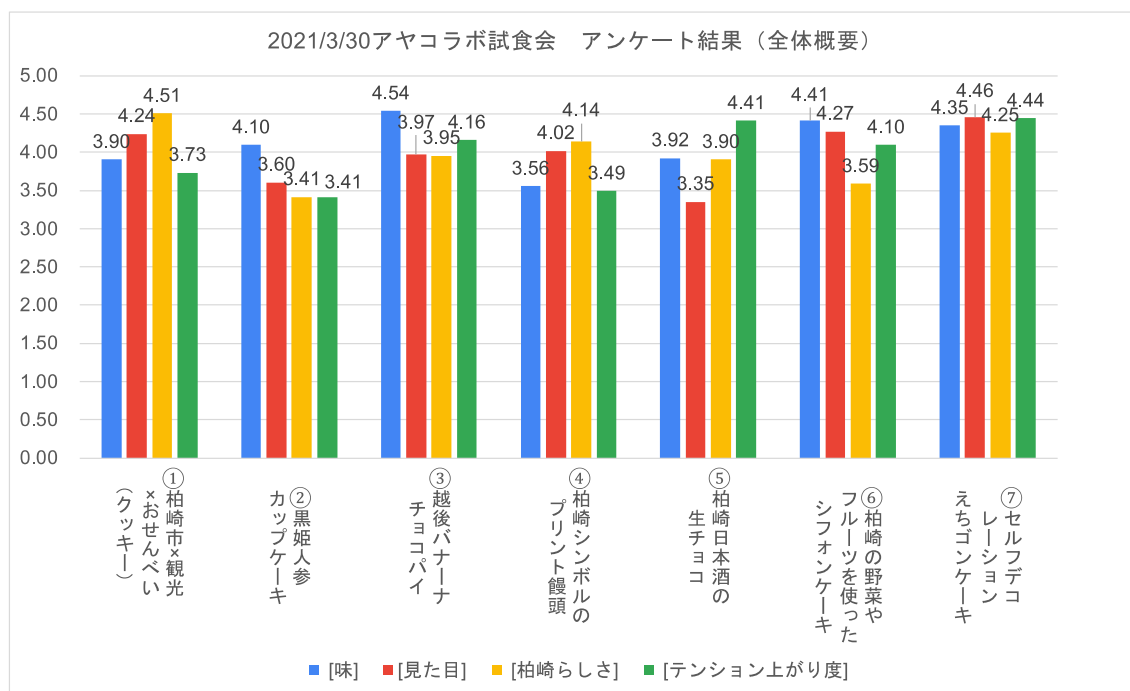


Fig. 5 試食会参加者のアンケート結果

3. ステップ2：具体的デザインや抜き型作成方法の検討

3.1 ステップ2の開始

ステップ1の成果（7つのアイデアと試食会）を受けて，アイデアの絞り込みと具

体的なお菓子のテーマやデザインを検討するため、次のステップの進め方を決める必要がある。ステップ1の工学ゼミVI参加学生も含め、参加希望の学生を募ったところ、ステップ1から継続して4名の学生が参加を表明した (Fig. 6a)。

アイデアを絞り込む前に、綾子舞本舗タカハシの工房を見学し (Fig. 6b, c)，菓子職人と対話をしつつ、実際に出来ることや、綾子舞本舗タカハシの狙いを確認した。その結果、菓子職人の作業性やコスト等から、「柏崎らしい『クッキーの詰め合わせ』」を作ることとなった。

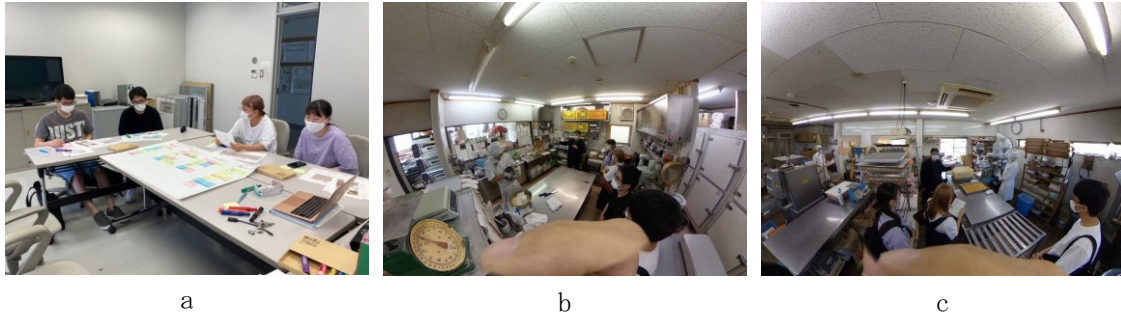


Fig. 6 ステップ2のメンバーと綾子舞本舗タカハシ工房の見学

3.2 大学生によるクッキーデザインの検討

「柏崎らしい『クッキーの詰め合わせ』」を作る際、クッキー生地の色や形、生地の重ね焼きなど様々な要素の組み合わせが考えられる。まずは「柏崎らしいクッキー」の色や形を検討することとし、色付きの粘土を使い（米粉粘土を使用）、学生が自由なクッキーを考えることとした。

柏崎の観光名所や名産品、伝統文化の写真等を参考に、粘土を用いてカラフルなクッキーのイメージを制作した。

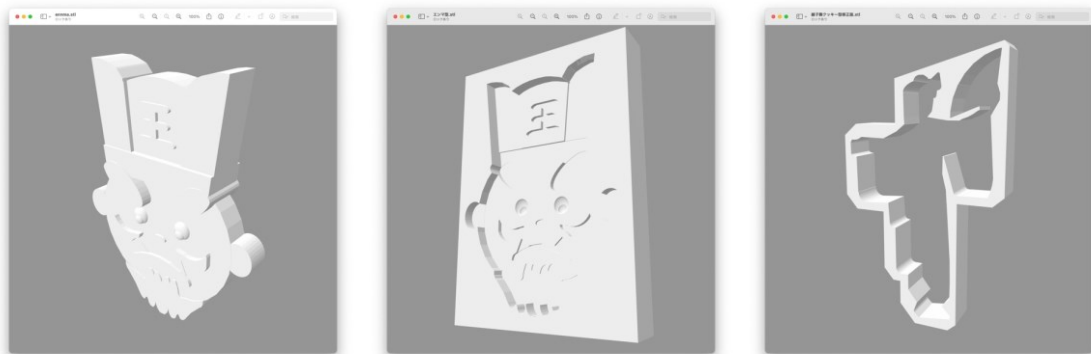


a: 7/29 時点の粘土クッキー b: 9/17 時点の粘土クッキー
Fig. 7 学生が検討した粘土で作ったクッキーのイメージ

3.3 大学生による3Dプリンタを利用したクッキー抜き型作成方法の検討

柏崎らしいクッキーのイメージを検討する一方で、自由な造形のクッキーを製造するための抜き型が必要となる。そこで今回は、自由な造形であることと、クッキー製造での大きさの微調整も必要となることから、3Dプリンタで抜き型を制作することとした。以前、3Dプリンタでクッキー抜き型制作の経験のある教員にもアドバイスを受け、3Dモデルを制作するところから開始した。初期の3DモデルデータをFig. 8に、3Dプリンタでの出力

結果を Fig. 9 に示す。この時点では、クッキーの生地を上手に抜くための型というよりも、3Dプリンタで抜き型を制作するための方法を模索している段階である。



a：閻魔大王の 3D モデル b：閻魔大王の抜き型 c：綾子舞踊り手の抜き型

Fig. 8 学生が制作したクッキーの抜き型の初期試作品のデータ



Fig. 9 学生が制作したクッキーの抜き型の初期試作品の 3D 出力

3.4 柏崎市立新道小学校との連携開始

実はステップ2に参加した学生4名に柏崎出身者がおらず、「柏崎らしさ」を検討する際の限界を感じ始めていた。そこで、より柏崎のことを知っており、柏崎のことに強い思いを持つ地元の小学生との連携を検討した。新潟工科大学は柏崎市立新道小学校の小学校区に立地していることと、伝統芸能である「綾子舞」（綾子舞本舗タカハシの創業趣旨の一つでもある）が伝わる集落も新道小学校区であることから、新道小学校へ連携の打診をした。新道小学校の学校長のアヤコラボに対する理解と4年生担任教諭の積極的な参加意欲があり、連携することとなった。

ステップ2でのアヤコラボの進め方である「粘土で柏崎らしいクッキーのイメージを作り、そこから具体的なクッキーのデザインを決定していく」が決まっていたため、小学4年生には多くのアイデアのクッキーのイメージを粘土で作ってもらうこととした。大学生が作った粘土のクッキーイメージと、小学生が作った粘土のクッキーイメージを持ち寄り、そこからクッキー詰め合わせのテーマやクッキーの具体的なデザインを絞り込むこととした。

3.5 工科大×新道小学校コラボワークショップの開催

2021年9月29日に柏崎市横山にある複合商業施設ハコニワを会場に、粘土のクッキー

イメージを持ち寄ってテーマ等を検討する「工科大×新道小学校コラボワークショップ」を開催した。大学生4名と小学生36名の参加があったため、10人ずつ4グループに分かれて作業をした。

最初に粘土のクッキーイメージで類似したものを集め、それらを1テーマとしてまとめタブレットで写真を撮り、簡単な説明文をつけた上でプロジェクターに投影し発表する流れで実施した。類似したものを集める作業やタブレットの操作など、ほとんどを小学生が率先して取り組み、非常に盛り上がるワークショップとなった。ワークショップで出されたテーマと票数、その組み合わせ案をTable 4に示す。柏崎の花火や地元キャラクターのえちゴン、海や山などの風景、地元の名物が「柏崎らしいテーマ」であるといえる。



Fig. 10 工科大×新道小学校コラボワークショップの様子

Table 4 ワークショップで出されたテーマ

テーマ	票数	組み合わせたテーマ案
花火	3票	柏崎の花火・風景
ふうけい	2票	
海	1票	
くじら	1票	
えちゴン	3票	柏崎の自然・動物・えちゴン
柿	2票	
自然	1票	
植物	1票	
名物	1票	柏崎の名物・キャラクター
かしキャラ	1票	
えんま大王	1票	
綾子舞	1票	綾子舞
その他	1票	-

4. ステップ3：学生によるパッケージデザイン案の作成の検討と抜き型制作

4.1 学生によるパッケージデザイン案の検討

ステップ3で得られた「柏崎らしいクッキー」を受けて、クッキー詰め合わせのパッケージデザインの検討を学生課題として出題した。これは、2018年度に「良寛コーヒーのパッケージデザインリニューアル」で実施した方法^[1] ^[2]に倣ったものである。学生にPCスキル向上の一環でパッケージデザインを検討してもらい、その中の優秀作品を元にしたパッケージを作るものである。

2021年度の1年後期「デジタルコンテンツ」の課題として出題した。2クラスに分かれ

ており、出題時期もずれた出題となった。先に出題した II クラス、後で出題した I クラスの出題内容を Fig. 11 に示す。どちらもステップ 2 のコラボワークショップで得られたテーマ案を用いた。

各クラスでの提出作品を Fig. 12 に示す。柏崎の花火を中心とした風景や柏崎の自然・名などを上手に取り込んだ作品が多く見られた。

しかし出題の時点で、詰め合わせるクッキーの具体的なテーマやデザインが確定していなかったこと、詰め合わせ全体のイメージや顧客ターゲット等も確定できていなかったこと等があり、アヤコラボ関係者の四者で協議した結果、学生制作のパッケージデザインは採用せずに、別途プロのデザイナーに委託することとなった。ただし、デザイナーには学生提出作品を見てもらい、そこから学生の思いや要素を汲み取ってもらうこととした。



II クラスでの出題 I クラスでの出題
Fig. 11 「デジタルコンテンツ」での出題内容



a : II クラスでの提出作品 b : II クラスでの提出作品 c : I クラスでの提出作品

Fig. 12 「デジタルコンテンツ」での提出作品

4.2 お菓子職人との連携によるクッキー抜き型の制作

一方、コラボワークショップでクッキーのテーマとおよそのデザインが決まったことを受けて、より具体的なクッキー抜き型の制作を開始した。Table 4 のテーマに基づいて試作したクッキー抜き型を Fig. 13 に示す。この時点では、細かな大きさにはこだわらず、



Fig. 13 テーマに応じたクッキーの抜き型



Fig. 14 制作した抜き型でのクッキーの試し焼き (2021/11/25)

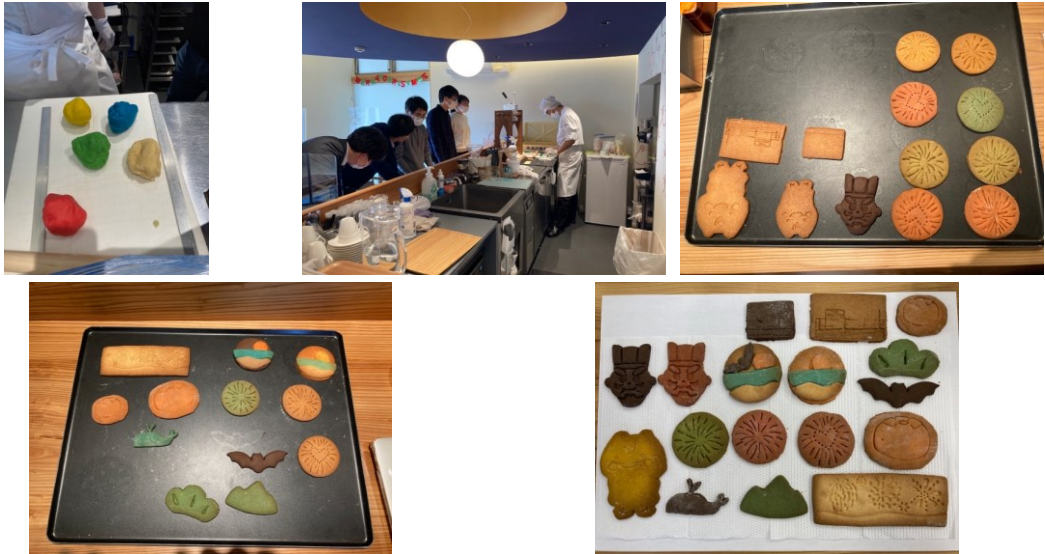


Fig. 15 制作した抜き型でのクッキーの試し焼き (2021/12/10)

考案したデザイン，特に生地を重ね焼きや色合いの再現ができるかを検討した．3Dプリンタで制作した抜き型でクッキーがしっかり作れること，生地を重ね焼きもできることが確認できた (Fig. 14) ．

さらに，鮮やかな色の表現の可能性を検討した．その検討の様子を Fig. 15 に示す．この試作から，生地の色合いの再現の難しさが明らかになった．また，詰め合わせの容器の大きさから，クッキーの大きさを決定した．

ステップ3の最後の試作として，クッキーの抜き型を Fig. 16a のようにし，鮮やかな色合いはクッキーの上にアイシングを重ね塗りすることとした (Fig. 16c) ．アイシングは鮮やかな色合いを表現することができるが，クッキー以外の技法を用いることになるこ



a : 制作した抜き型 b : 試作最終版の確認 c : アイシングを載せた試作

Fig. 16 制作した抜き型でのクッキーの試し焼きと試作詰め合わせ (2021/12/16)

とから、「クッキー詰め合わせ」としては相応しくないと判断し、採用しないこととした。

ステップ3の最後の試作として、クッキーの抜き型を Fig. 16a のようにし、鮮やかな色合いはクッキーの上にアイシングを重ね塗りすることとした (Fig. 16c)。

以上で、ステップ3において検討したクッキーのテーマ、具体的デザイン、容器の大きさと詰め合わせの内容が全て決定した。そして、学生が考え作成したこの「柏崎らしいクッキー詰め合わせ」を2021年度の卒業記念品とすることとなった (Fig. 17)。



Fig. 17 2021年度の卒業記念品となったクッキー詰め合わせ

5. ステップ4：デザイナーによるパッケージデザインと抜き型の修正

5.1 プロのデザイナーによるクッキー詰め合わせへの指摘

ステップ3でクッキーのテーマ、具体的デザイン、容器の大きさと詰め合わせの内容が決定したが、パッケージデザインを委託したプロのデザイナーからいくつかの疑問が提示された。このデザイナーは国内で広く販売される商品のパッケージデザイン等を経験しており、パッケージデザインと商品の内容の関りに強い関心を有していた。特に指摘されたのは、クッキーのデザインと詰め合わせの数であった。実は Fig. 17 のクッキー詰め合わせでは、柏崎らしいデザインのクッキーは上部1段に入るだけであり、下は一般的な形のクッキーを入れていた。デザイナーの指摘は、「柏崎らしさ」を出すのであれば、全てのクッキーが柏崎にまつわる形になっているべきであるというものであった。

この指摘を受けて、容器のサイズの変更とクッキーデザインの修正を行うこととした。

5.2 クッキー抜き型の修正

詰め合わせ容器のサイズが変更になったことから、クッキーの大きさを調整することとなった。また、クッキーのデザインもよりシンプルなデザインへと微修正されることとなった。最終的な抜き型は、えちゴシ、恋人岬のベルとハートマーク、米山、天然記念物のコウモリ、鯨波のクジラ、綾子舞を示す踊り子と扇の7種類となった (Fig. 18a)。さらにこれらの他に、花火をイメージしたジャムクッキー2種類、日本海の波と夕日をイメー

ジしたラングドシャとガレットクッキーを加えた 11 種類のクッキーの詰め合わせとなった (Fig. 18b) .



a : 7 種類の最終抜き型 b : 11 種類の詰め合わせ
Fig. 18 微修正された抜き型とクッキー詰め合わせ

5.3 プロのデザイナーによるパッケージデザインの作成

前項のようにクッキーの詰め合わせの内容が最終決定した。このクッキー詰め合わせにふさわしいパッケージデザインを作る必要がある。このクッキー詰め合わせに対してデザイナーからは Fig. 19 の 3 種類の案が提示された。この中から、綾子舞本舗タカハシと新潟工科大学、デザイナーで協議し、A 案 (Fig. 19a) を採用することとした。このパッケージデザインについては、前年度の「デジタルコンテンツ」で課題により組んだ学生にも公表し、学生自身のデザインとプロのデザイナーのデザインの違いを感じてもらい、プロの仕事に対する敬意の念を持てるようになる機会とした。



a : A 案 b : B 案 c : C 案

Fig. 19 デザイナーが提案したパッケージデザインの 3 案

また、外装のパッケージデザインだけではなく、箱の中に入れるしおりも作成することとした。しおりには、アヤコラボの趣旨や参加関係者を記載し、11 種類のクッキーに込めた思いを記すこととした。しおりは、2 段階の観音開きの形状とし、多くの情報を記載することとした。

5.4 柏崎らしい新たなお菓子「柏崎コフレ」の完成

完成した「柏崎らしい新たなお菓子『柏崎コフレ』」を Fig. 20 に示す。「コフレ」とは、フランス語で宝石などを入れる小さな箱を意味しており、柏崎の宝が詰まっていることを表現している。

容器の蓋を開けるとしおりが入れられており、このアヤコラボの取り組み等について伝えるものになっている。



Fig. 20 完成した「柏崎コフレ」

6. ステップ5：広報と先行販売会，一般販売

6.1 マスコミ向け新商品発表会

約2年間にわたるアヤコラボの取り組みには、多くの関係者が関わっており、それぞれの努力に報いることも必要である。そして何よりも、「柏崎らしい新たなお菓子」ができたことを多くの人に知ってもらい、手に取ってもらう必要がある。

そのために、アヤコラボに参加した新潟工科大学の学生、綾子舞本舗タカハシの菓子職人、新道小学校の児童が参加するマスコミ向け新商品発表会を2022年7月23日に開催した。新商品発表会では、アヤコラボの取り組み趣旨と経緯を紹介し、「柏崎コフレ」の発表と関係者の記念撮影が行われた (Fig. 21)。



Fig. 21 2022/7/23 開催の新商品発表会

6.2 柏崎花火大会会場での先行販売会と一般販売開始

「柏崎コフレ」を、実際により多くの人に知ってもらい手に取ってもらうために、ぎお

ん柏崎まつりの海の大花火大会の会場で先行販売を 2022 年 7 月 26 日に実施した (Fig. 22a, b) . 多くの人を通る柏崎観光協会のテントブースの横での販売となり, 1 時間強で約 70 箱を販売した.

また, 花火大会終了後の 2022 年 7 月 30 日 (土) から, ハコニワ内の店舗「あやこや」で一般販売が開始された (Fig. 22c) .



Fig. 22 2022/7/26 の花火大会での先行販売と一般販売の様子

7. まとめ

綾子舞本舗タカハシの思いから始まったアヤコラボは, 多くの参加者の約 2 年間の取り組みを経て「柏崎らしい新たなお菓子『柏崎コフレ』」へと結実し, 柏崎市内で一般販売されるようになった. この取り組みを通して得られた成果を 5 点記す.

- 1) 新潟工科大学で最初の学生と一緒に取り組んだ「デザイン思考」による取り組みとなった
- 2) クッキーのデザインや抜き型の制作で, 学生のスキル・経験を大きく積むことができた
- 3) 当初の三者だけではなく, 新道小学校とも連携し, 多くの関係者の連携体制で新商品開発を実現できた
- 4) パッケージデザインでは, 学生とプロの差を具体的に学ぶとともに, プロの仕事を知る機会となった
- 5) 大学が参画して一般販売される商品を開発することができた

なお柏崎コフレは, 菓子職人の手作りで製造されるため月に 200 個ほどしか製造できない. そのため, ほぼ毎回売り切れとなっているようである (2022 年 11 月時点) . 今後は, 柏崎市民にとって喜ばれるお菓子になるとともに, お土産等で柏崎市外の多くの方に手に取ってもらえるお菓子として成長していったほしいと感じる.

謝辞

アヤラボの取り組みは、綾子舞本舗タカハシと大光銀行、柏崎市立新道小学校の連携・協力のもと実施できました。関係者・児童・保護者の皆さんに謝意を記します。

文献

- [1]倉知 徹, 黒木 宏一, 内山 一稔, 佐藤 豊志:産学金連携によるパッケージデザインのリニューアルー良寛コーヒー(200ml)の取り組みー;新潟工科大学研究紀要, 第24号, 77-89, 2019.3
- [2]倉知 徹, 黒木 宏一:産学金連携によるパッケージデザインリニューアルの意義;芸術工学会誌 82, 46-53, 2021